



Případová studie 3

Základní informace

Název výzkumné jednotky	Využití vektorů v běžném životě (mapy)
Autor jednotky	BORG Deutsch-Wagram (Rakousko)
Vychází z konceptu výukové jednotky	Cestování po mapě s vektory
Autor konceptu výukové jednotky	Škola da Vinci (Česká republika)
Datum výuky	20. 11. 2023
Počet žáků ve třídě	24
Počet žáků s OMJ	4

1. Popis výzkumné výukové jednotky

Název	Využití vektorů v běžném životě (mapy)
Věk	15 let
Délka jednotky	1 hodina
Matematický obsah	Vektory
Předpokládané znalosti	<ul style="list-style-type: none">• Vlastnosti vektorů v rovině• Přímky v rovině• Parametrický zápis přímky
Pomůcky	<ul style="list-style-type: none">• Pracovní list „Počítání s vektory v Rakousku“ (1 výtisk pro každého žáka)• „Mapa Rakouska“ (jeden výtisk pro každou skupinu nebo na zadní straně každého pracovního listu pro žáky)
Očekávané výstupy	<p>Žák</p> <ul style="list-style-type: none">• aplikuje vektory při řešení úloh z běžného života;• používá souřadnice v reálné mapě;• modeluje s použitím vektorů.
Poznámky pro práci se žáky s OMJ	<ul style="list-style-type: none">• Jako možné rozšíření by si každá skupina mohla vytvořit vlastní úkoly s použitím vhodných map a názvů měst ze zemí, ze kterých žáci pochází.

Plán hodiny:

Tato hodina je poslední hodinou tématu „vektory v rovině“ a „přímky v rovině“.

čas	metody	Obsah a komentář
ca 10 min	Úvodní výklad a interakce učitel – žáci	Učitel motivuje žáky k tématu hodiny a popisuje význam vektorů v běžném životě. Učitel spolu se žáky zopakuje hlavní pojmy a vlastnosti vektorů (čtení vektorových souřadnic z grafického znázornění, normála, parametrický popis přímky). Vše lze zapisovat na tabuli.
ca 25 min	Práce ve dvojicích	Žáci řeší úlohy v pracovním listu ve dvojicích. V případě potřeby jim učitel poskytuje pomoc.
ca 10 min	Interakce učitel – žáci	Porovnání výsledků

Počítání s vektory v Rakousku – pracovní list

Na uvedeném obrázku je mapa Rakouska ve dvourozměrném souřadnicovém systému. Na tomto obrázku jsou vidět některá rakouská a německá jako Vídeň, Graz, Linec, Salcburk, Innsbruck, Mnichov a mnoho dalších. Souřadnice měst nemusí být celá čísla.

Úloha 1:

- a) Uvedte, ve kterém městě se nacházíme, pokud vyrazíme ze Salcburku, pohybujeme se po vektoru $\vec{u} = (4,5|-2)$ a poté po vektoru $\vec{v} = (5|0)$.
- _____
- b) Použijte výpočet s pomocí vektoru, abyste určili vzdálenost mezi Vídní a Grazem.
- c) Uvažujme vzdálenost mezi městy Mnichov M a Vídeň V . Úsek MV je rozdělen bodem point T v poměru 5: 4. Sestavte rovnici pro výpočet bodu T a určete, ve kterém místě (městě) se tento bod (přibližně) nachází na mapě.

$T =$ _____

Město: _____

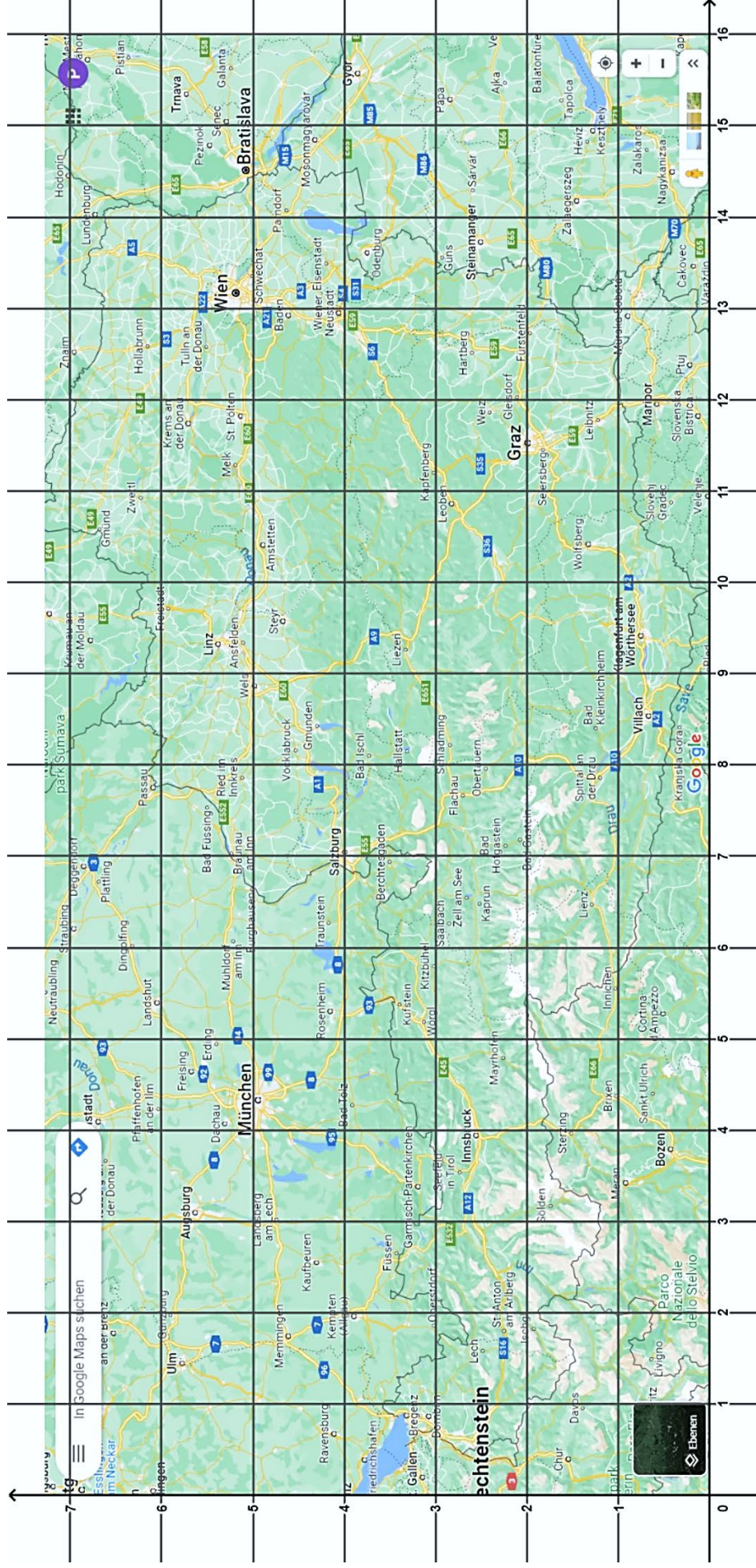
Úloha 2:

- a) Vytvořte parametrické přímky spojnice mezi městy Salcburk a Vídeň. Použijte směrový vektor, který má celočíselné souřadnice.
- b) Sestavte rovnici (vektorové znázornění) přímky z úlohy 2a)
- c) Přímka g , která prochází Mnichovem a Lincem, je dána takto:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4.3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Sestavte přímku h , která je rovnoběžná s g a prochází Salcburkem.
- 2) Sestavte přímku i , která je kolmá k přímce g a prochází Salcburkem.

Mapa Rakouska



1 Jednotka v souřadnicovém systému odpovídá cca 52 km ve skutečnosti

Počítání s vektory v Rakousku – pracovní list se řešeními

Na uvedeném obrázku je mapa Rakouska ve dvourozměrném souřadnicovém systému. Na tomto obrázku jsou vidět některá rakouská a německá jako Vídeň, Graz, Linec, Salcburk, Innsbruck, Mnichov a mnoho dalších. Souřadnice měst nemusí být celá čísla.

Úloha 1:

- a) Uveďte, ve kterém městě se nacházíme, pokud vyrazíme ze Salcburku, pohybujeme se po vektoru $\vec{u} = (4,5|-2)$ a poté po vektoru $\vec{v} = (5|0)$.

Villach

- b) Použijte výpočet s pomocí vektoru, abyste určili vzdálenost mezi Vídní a Grazem.

Souřadnice Vídně: $V = (13.2|5.2)$ a Grazu $G = (11.5|2)$

$$\vec{VG} = G - V = \begin{pmatrix} 11.5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13.2 \\ 5.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.7 \\ -3.2 \end{pmatrix} \text{ a } \left| \begin{pmatrix} -1.7 \\ -3.2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-1.7)^2 + (-3.2)^2} = \sqrt{13.13} \approx 3.62$$

Distance in reality: $3.62 \cdot 52 \text{ km} = 188.24 \text{ km}$

- c) Uvažujme vzdálenost mezi městy Mnichov M a Vídeň V . Úsek MV je rozdělen bodem point T v poměru 5: 4. Sestavte rovnici pro výpočet bodu T a určete, ve kterém místě (městě) se tento bod (přibližně) nachází na mapě.

$$T = M + \frac{5}{9} \cdot \vec{MV}$$

Město: Ansfelden

Úloha 2:

- a) Vytvořte parametrické přímky spojnice mezi městy Salcburk a Vídeň. Použijte směrový vektor, který má celočíselné souřadnice.

Souřadnice Vídně $V = (13.2|5.2)$ a Salcburku $S = (7|4)$

$$\vec{SV} = V - S = \begin{pmatrix} 13.2 \\ 5.2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.2 \\ 1.2 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 62 \\ 12 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$u: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \dots \text{parametrické znázornění přímky } u$$

- b) Sestavte rovnici (vektorové znázornění) přímky z úlohy 2a)

Směrový vektor přímky u je $\begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix}$. Normála přímky u je proto $\begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix}$. Rovnice přímky: $\vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot S$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow 6x - 31y = 6 \cdot 7 + (-31) \cdot 4 \rightarrow 6x - 31y = -82$$

- c) Přímka g , která prochází Mnichovem a Lincem, je dána takto:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4.3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Sestavte přímku h , která je rovnoběžná s g a prochází Salcburkem.

$$h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 2) Sestavte přímku i , která je kolmá k přímce g a prochází Salcburkem.

$$i: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -25 \end{pmatrix}$$

2. Analýza následného rozhovoru

Učitelka, která odučila tuto jednotku, má více než 30 let pedagogické praxe. Jejím druhým předmětem je zeměpis. Neabsolvovala žádné zvláštní vzdělávání v oblasti práce se žáky s OMJ.

Navrhovaný časový rámec (45 minut) považuje za dostatečný pro realizaci všech aktivit. Vzhledem ke svým rozsáhlým zkušenostem učitelky zeměpisu zahrnula do lekce zajímavosti o mapě a městech, která byla použita v jednotlivých aktivitách. Hovořila také o tom, že zvolená síťová délka mapy (52 km) není reálná ve skutečných mapách, ale že tato délka byla zvolena tak, aby místa, která jsou v aktivitách použita, byla (alespoň přibližně) v bodech mřížky, což žákům umožňuje poměrně snadno určit souřadnice.

Učitelka kladně hodnotila to, že tato jednotka představila žákům méně známá místa v Rakousku. Pozitivně mluvila také o tom, že vektorový součet se používá i v reálném životě.

Možné rozšíření (práce s mapami zemí, ze kterých pocházejí žáci s OMJ a tvorba úloh samotnými žáky) učitelka vnímá jako dobrý nápad, vyžadovalo by to však minimálně jednu vyučovací hodinu navíc.

3. Doporučení na zlepšení

Učitelka doporučila dvě vylepšení jednotky:

Zaprvé do úlohy 2c) by přidala podúlohu, ve které by žáci (v případě potřeby s pomocí učitele) interpretovali čáry, které se mají vypočítat. Jaký je jejich význam v daném kontextu?

Zadruhé navrhuje zařadit konkrétní metodu pro „porovnání výsledků“ jako závěrečnou aktivitu jednotky. Doporučuje napsat správnou odpověď na tabuli (a nepoužívat pouze verbální komunikaci učitel-žák, jak je navrženo ve výukové jednotce), aby měli všichni žáci k dispozici správné odpovědi.