



Případová studie 4

Základní informace

Název výzkumné jednotky	Trojúhelníky a čtyřúhelníky
Autor jednotky	BORG Deutsch-Wagram (Rakousko)
Vychází z konceptu výukové jednotky	Základy eukleidovské geometrie
Autor konceptu výukové jednotky	Fondazione A.R.E.A. (Itálie)
Datum výuky	18. 03. 2024
Počet žáků ve třídě	21
Počet žáků s OMJ	15

1. Popis výzkumné výukové jednotky

Název	Trojúhelníky a čtyřúhelníky
Věk	13 let
Délka jednotky	2 x 45 minut
Matematický obsah	Základní vlastnosti trojúhelníků a čtyřúhelníků
Předpokládané znalosti	<ul style="list-style-type: none">• Základní geometrické obrazce
Pomůcky	<ul style="list-style-type: none">• Úvodní snímek (na hodinu 1)• Karty pro rozdělení do skupin (na hodinu 1)• Pracovní listy „Čtyřúhelníky a trojúhelníky“ (na hodinu 1)• Prezentace a/nebo plakáty vytvořené žáky (na hodinu 2)
Očekávané výstupy	<p>Žák</p> <ul style="list-style-type: none">• vyjmenuje základní vlastnosti trojúhelníků a čtyřúhelníků;• vysvětlí základní rozdíly mezi čtyřúhelníky a trojúhelníky;• pojmenuje vlastnosti specifických případů trojúhelníku (pravoúhlý, rovnoramenný, rovnostranný) a specifických případů čtyřúhelníků (čtverec, obdélník, rovnoběžník, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník);• na obrázcích z běžného života najde trojúhelníky a čtyřúhelníky;• spolupracuje se spolužáky ve skupině při řešení úloh.
Poznámky pro práci se žáky s OMJ	<ul style="list-style-type: none">• Žáci včetně žáků s OMJ mohou do hodiny přinést vlastní obrázky míst, kde žijí a žijí a společně pak mohou v obrázcích hledat trojúhelníky a čtyřúhelníky.

Plán hodin:

Hodina 1 (45 minut) – Úvod do čtyřúhelníků a trojúhelníků

Čas	metoda	Obsah a komentář
ca 5 min	Úvod a komunikace učitel – žáci	Žákům ukážeme různé obrázky z každodenního života (viz „úvodní snímek“ a/nebo obrázky, které si žáci přinesli s sebou). Pak se zeptáme, co si myslí, že bude tématem nadcházejících hodin.
ca 10 min	Komunikace učitel – žáci	Brainstorming: „Jaké čtyřúhelníky a trojúhelníky znáte?“ Žáci mohou chodit k tabuli, nakreslit čtyřúhelník/trojúhelník, který znají, a napsat jeho název.
ca 20 min (6x3 min práce na stanovištích a přesuny mezi nimi)	Skupinová práce na stanovištích	Příprava: <ul style="list-style-type: none">- Žáci vytvoří 6 skupin (losují kartičky).- 6 lavic je připraveno jako stanoviště.- Na všech lavicích jsou připravena zadání. Žáci pracují v e skupinách po dobu 3 minut na každém stanovišti a zapisují si odpovědi. Učitel oznamuje skupinám, kdy je čas se vyměnit. Pak se všechny skupiny přesunou na další stanoviště.
ca 5 min	Zadání – domácí úkol	Každý tým si vylosuje z pytlíku/krabice/krabičky název určitého čtyřúhelníku/trojúhelníku... K dispozici jsou následující názvy: <ul style="list-style-type: none">- Obdélník a čtverec- Rovnoběžník- Kosočtverec- Kosodélník- Lichoběžník- Pravoúhlý trojúhelník- Rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník Žáci dostanou za domácí úkol následující úkol: Zjistěte všechny důležité údaje o čtyřúhelníku nebo trojúhelníku, který jste si vylosovali, jako např. <ul style="list-style-type: none">- Čím je specifický? Existují nějaké charakteristické vlastnosti týkající se délky stran, úhlů, rovnoběžnosti, souměrnosti ...- Které důležité vzorce lze použít pro tento čtyřúhelník nebo trojúhelník?- Vysvětlíte, jak vypočítáte obsah a obvod.- Souvisí váš obrazec s jinými čtyřúhelníky/trojúhelníky? Co mají společného?- Žáci v následující hodině prezentují jako skupina krátkou pětiminutovou prezentaci. Nejlépe s využitím plakátu nebo prezentace v PowerPointu. Kromě toho připraví leták se všemi důležitými informacemi, který dostanou ostatní žáci ve třídě.
ca 5 min	Komunikace učitel – žáci	Žáci mají prostor položit otázky k práci na stanovištích nebo k domácímu úkolu.

Hodina 2 (45 minut) – Speciální případy čtyřúhelníků a trojúhelníků

Čas	metoda	Obsah a komentář
ca. 5 min	úvod	Učitel naplňuje pořadí prezentací jednotlivých skupin.
ca. 30 min	Prezentace skupin	Žáci prezentují výsledky své práce v tomto pořadí: <ul style="list-style-type: none">- Skupina „Obdélník a čtverec“- Skupina „Rovnoběžník“- Skupina „Kosočtverec“- Skupina „Kosodélník“- Skupina „Lichoběžník“- Skupina „Pravoúhlý trojúhelník“- Skupina „Rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník“
ca. 10 min	Komunikace učitel – žáci	Jsou zopakovány všechny důležité vlastnosti.

Úvodní snímek



Kartičky pro vytvoření skupin



Obdélník a čtverec	Rovnoběžník a kosočtverec
Kosodélník	Lichoběžník
Pravoúhlý trojúhelník	Rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník

Zadání pro stanoviště
(shrnutí pro učitele)

Popis stanovišť		
Stanoviště	Příprava a materiály	Popis a úkoly
Stanoviště 1: Vlastnosti čtyřúhelníků	Kartičky z různými čtyřúhelníky	Žáci spolupracují, diskutují a popisují vlastnosti čtyřúhelníků na kartičkách.
Stanoviště 2: Určování čtyřúhelníků	Kartičky z různými čtyřúhelníky	Žáci určují čtyřúhelníky, např.: Je to čtverec nebo obdélník? Proč?
Stanoviště 3: Konstrukce čtyřúhelníků	Volné listy papíru, pravítko a kružítko na příslušné lavici	Žáci rýsují různé čtyřúhelníky a měří jejich vlastnosti, např. velikost úhlů a délky stran.
Stanoviště 4: Hádanky	Viz pracovní list	Žáci řeší matematické hádanky o čtyřúhelnících a trojúhelnících.
Stanoviště 5: Konstrukce trojúhelníků	Volné listy papíru, pravítko a kružítko na příslušné lavici	Žáci rýsují různé trojúhelníky a měří jejich vlastnosti, např. velikosti úhlů a délky stran.
Stanoviště 6: Podobnost trojúhelníků	Kartičky s různými trojúhelníky	Žáci zkoumají různé obrázky trojúhelníků a určují dvojice podobných trojúhelníků. Hledají kritéria pro určení, zda jsou dva trojúhelníky podobné.

Zadání pro stanoviště

(pro žáky; rozdělit na 6 lavic, jedno zadání na každou lavici)

STANOVIŠTĚ 1: Vlastnosti čtyřúhelníků



Úloha:

Popište vlastnosti zobrazených čtyřúhelníků a diskutujte o nich ve skupině. Zaměřte se na počet stran, úhly, délky stran a případné souměrnosti i rovnoběžnost stran.



STANOVIŠTĚ 2: Určování čtyřúhelníků



Úloha:

Pokuste se určit zobrazené čtyřúhelníky a odpovězte na následující otázky:

- Je každý čtverec zároveň obdélníkem?
- Je kosočtverec také rovnoběžník?
- Je každý čtyřúhelník kosodélník?
- Je čtverec zároveň kosočtverec?
- Je rovnoběžník zároveň obdélník?

Najdete ještě další souvislosti nebo způsoby klasifikace?

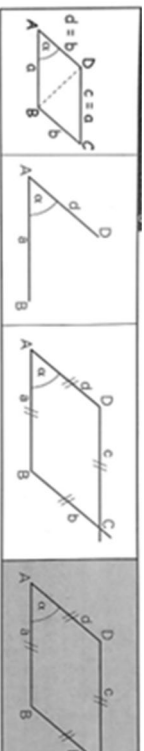


Konstrukce rovnoběžníku / kosočtverec

(viz Expedition Matematika 2, str. 239-240)

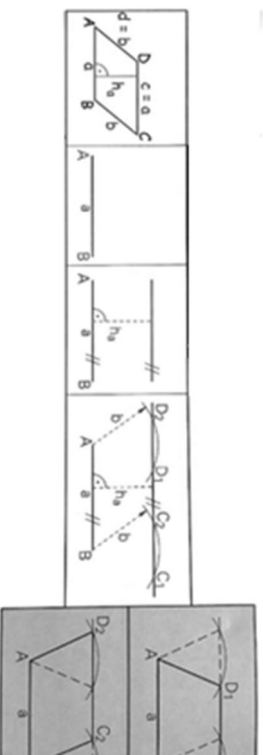
Jsou dány strany: a, b, α

1. Narýsujte stranu a .
2. V bodě A sestrojte úhel α .
3. Přeneste délku strany b (získáte tak vrchol D a stranu d).
4. Sestrojte stranu c , která je rovnoběžná se stranou a .
5. Sestrojte stranu b , která je rovnoběžná se stranou d .
6. Označte vrchol C .



Je dáno: a, α, α

1. Narýsujte stranu a .
2. Sestrojte výšku v_a dané délky.
3. Sestrojte přímku rovnoběžnou s a , která prochází koncovým bodem výšky.
4. Naneste délku strany b do kružítka.
5. S pomocí kružítka naneste délku b nejprve z bodu A , F z bodu B . Tak najdete vrcholy C a D (získáte 2 řešení)

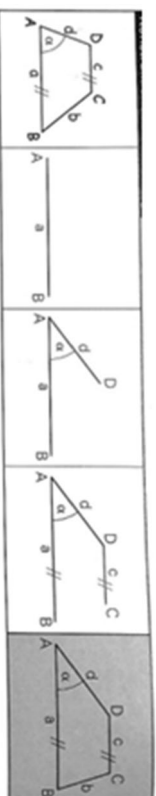


Konstrukce lichoběžníku

(viz Expedition Matematika 2, str. 246)

Jsou dány: a, c, d, α

1. Narýsujte stranu a .
2. Z vrcholu A sestrojte úhel α .
3. Přeneste délku strany d (získáte stranu d a vrchol D).
4. Sestrojte stranu c , která je rovnoběžná se stranou a . Vyznačte délku c (získáte tak vrchol C).
5. Spojte vrcholy C a B (získáte stranu b).



Konstrukce kosodélníku

(viz Expedition Matematika 2, str. 246)

Jsou dány: a, b, e

1. Sestrojte úhlopříčku e
2. Na kružítko naneste délku a , poté kružítku zabodněte do bodu A a přeneste délku a na obě strany.
3. Na kružítko naneste délku b , poté kružítku zabodněte do bodu C a přeneste délku a na obě strany
4. Označte průsečíky kružnic B a D .
5. Spojte všechny vrcholy.



STANOVIŠTĚ 3: Konstrukce čtyřúhelníků

Úloha:

Sestrojte různé čtyřúhelníky podle níže uvedeného návodu.

Např.: Rovnoběžník: $a = 5 \text{ cm} / b = 3 \text{ cm} / \alpha = 45^\circ$

STATION 4: Hádanky

**Úloha:**

Ve skupině se pokuste vyřešit následující hádanky. Které obrazce jsou popsány v následujících tvrzeních? Může někdy existovat více než jedna odpověď?

OBRAZEC 1: Pravoúhelník, jehož všechny strany jsou stejně dlouhé.

OBRAZEC 2: Speciální případ rovnoběžníku, kde jsou všechny strany stejně dlouhé.

OBRAZEC 3: Protilehlé strany jsou rovnoběžné.

OBRAZEC 4: Má tři vrcholy a dvě stejně dlouhé strany.

OBRAZEC 5: Má tři strany a pravý úhel.

OBRAZEC 6: Úhlopříčky jsou k sobě kolmé.

OBRAZEC 7: Alespoň dvě strany jsou rovnoběžné.

OBRAZEC 8: V tomto rovnoběžníku jsou sousední strany kolmé.

OBRAZEC 9: Všechny tři strany jsou stejně dlouhé.

OBRAZEC 10: Alespoň jednu úhlopříčku druhá úhlopříčka dělí na dvě stejné části.

OBRAZEC 11: Dvě dvojice rovnoběžných stran.

STANOVIŠTĚ 5: Konstrukce trojúhelníků

Úloha:

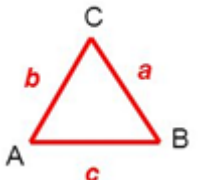
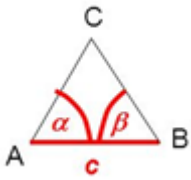
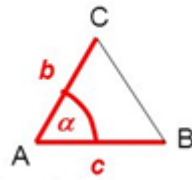
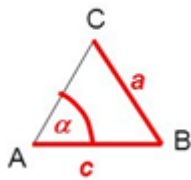
Použijte návod níže a sestrojte trojúhelníky.
Využijte k tomu nástroje, které leží na lavici.

Trojúhelník 1: $a = 6 \text{ cm} / b = 7 \text{ cm} / c = 8 \text{ cm}$

Trojúhelník 2: $c = 35 \text{ mm} / b = 43 \text{ mm} / \alpha = 55^\circ$

Trojúhelník 3: $c = 42 \text{ mm} / \alpha = 40^\circ / \beta = 70^\circ$

Trojúhelník 4: $c = 30 \text{ mm} / b = 36 \text{ mm} / \beta = 45^\circ$

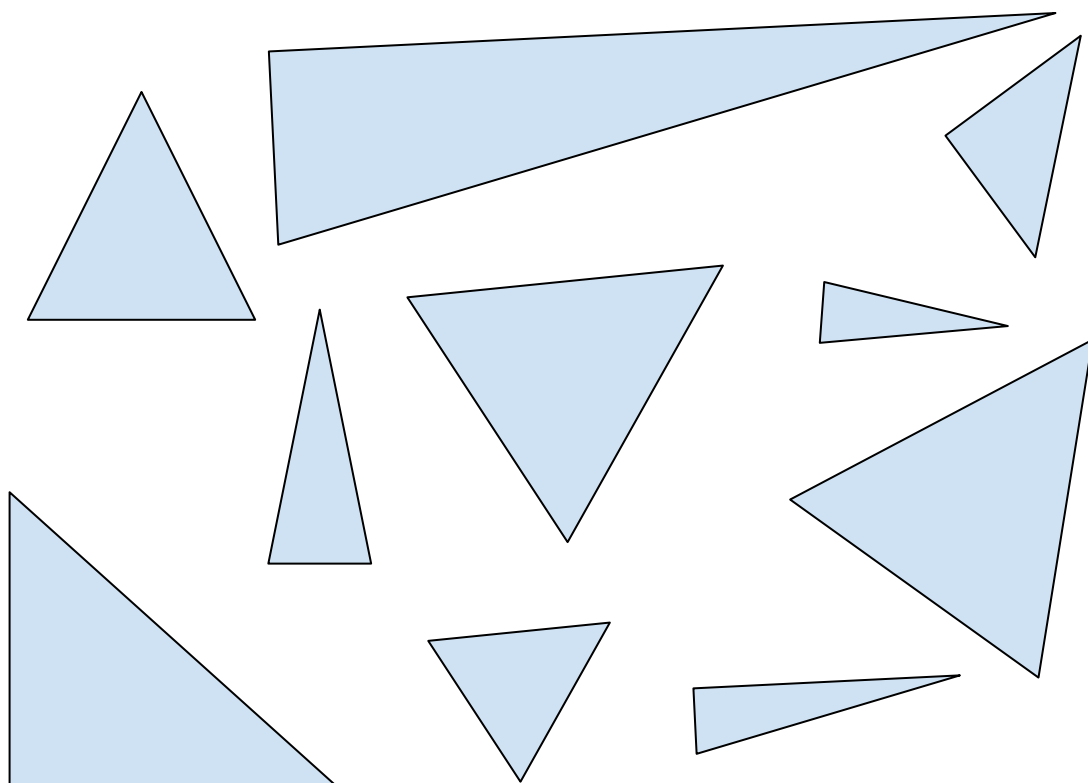
strana-strana-strana	úhel - strana - úhel	strana - úhel - strana	strana - strana - úhel
<p>Příklad: $c = 5 \text{ cm}$ $a = 6 \text{ cm}$ $b = 6 \text{ cm}$</p>  <p>Postup konstrukce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Narýsujte stranu c. - Narýsujte část kružnice s poloměrem b a středem A. - Narýsujte část kružnice s poloměrem a a středem B - Průnik obou kružnic označte C. 	<p>Příklad: $c = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $\beta = 70^\circ$</p>  <p>Postup konstrukce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Narýsujte stranu c. - V bodě A sestrojte úhel α. - V bodě B sestrojte úhel β. - Průsečík ramen úhlů α a β označte C. 	<p>Příklad: $c = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $b = 6.5 \text{ cm}$</p>  <p>Postup konstrukce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Narýsujte stranu c. - V bodě A sestrojte úhel α. - Narýsujte část kružnice s poloměrem b a středem A. - Průnik kružnice s ramenem úhlu α označte C. 	<p>Příklad: $c = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $a = 7 \text{ cm}$</p>  <p>Postup konstrukce:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Narýsujte stranu c. - V bodě A sestrojte úhel α. - Narýsujte část kružnice s poloměrem a a se středem B. - Průnik kružnice s ramenem úhlu α označte C.

STANOVIŠTĚ 6: Podobné trojúhelníky



Úloha:

Určete dvojice podobných trojúhelníků. Najdete takové dvojice? Ve skupině si stanovte kritéria, podle kterých lze určit podobné trojúhelníky.



2. Analýza následného rozhovoru

Učitelka, která odučila tuto jednotku, má 11 let pedagogické praxe. Jejím druhým předmětem je dějepis. Zúčastnila se DVPP zaměřeného na práci se žáky s OMJ v roce 2022.

Učitelka ocenila nápad využít k úvodu do tématu předměty každodenního života. Zmínila se, že podobný způsob uvedení tématu zkusila i u jiných témat, ale někdy je těžké najít vhodný příklad z běžného života. Pozitivně se také vyjádřila k velké rozmanitosti předložených objektů. Při výuce této jednotky přidala úkol „rozhlédnout se po třídě a najít další čtyřúhelníky/trojúhelníky“.

Učitelce se velmi líbil nápad se stanovišti. S tímto konceptem se setkala již dříve (v kurzu o Montessori materiálech), ale nikdy předtím to nezkusila ve vlastních hodinách. Řekla, že si na začátku nebyla jistá, zda bude výuka na stanovištích fungovat u žáků ve věku 13 let (v Montessori kurzu se věnovali pouze materiálům pro děti ve věku 6 až 10 let). Byla pozitivně překvapena, s jakým nadšením žáci tuto metodu přijali. Řekla, že žáci na stanovištích intenzivně pracovali a bylo „těžké je přimět přestat a jít na další stanoviště“.

Učitelka také uvedla, že si není jistá, jak dobře by fungoval zadaný domácí úkol. Zmiňovala, že se obává, že dané pokyny nejsou pro žáky dostatečné, aby úkol realizovali. Ukázalo se, že nejtěžší složkou domácího úkolu (realizován byl po skupinách) bylo zorganizovat skupinovou práci mimo výuku. Žáci nejsou zvyklí dělat domácí úkoly ve skupinách. Pouze jedna ze skupin se dokázala efektivně zorganizovat. Ostatní skupiny si rozdělily práci ještě před odchodem ze školy a pak žáci pracovali samostatně. Prezentovali pak odděleně svoje části, chyběla společná prezentace za celou skupinu. Učitelka proto doporučuje zadání tohoto úkolu upravit.

3. Doporučení na zlepšení

Učitelka doporučil dvě vylepšení jednotky:

Zaprvé navrhuje, aby žáci dostali za úkol, aby si na první hodinu „přinesli do třídy nějakou drobnost (látku, papír, předmět..., na které jsou geometrické vzory“. Tyto předměty pak lze použít při hledání čtyřúhelníků a trojúhelníků.

Druhý návrh se týkal zadání domácího úkolu na konci 1. hodiny. Učitelka doporučila změnit úkol na práci jednotlivců (např. každý žák by se věnoval určitým geometrickým charakteristikám obrazce, který nakreslil). Pokud by úkol zůstal skupinou prací, měla by být realizována v hodině, na jejímž konci by byly prezentovány výsledky.