



Co-funded by
the European Union



Případová studie 5

Základní informace

Název výzkumné jednotky	Patterns and geometric transformations in the plane
Autor jednotky	BORG Deutsch-Wagram (Rakousko)
Vychází z konceptu výukové jednotky	Isometries of the plane
Autor konceptu výukové jednotky	Fondazione A.R.E.A. (Itálie)
Datum výuky	21. 03. 2024
Počet žáků ve třídě	20
Počet žáků s OMJ	14

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

1. Popis výzkumné výukové jednotky

Název	Vzory a geometrická zobrazení v rovině
Věk studentů	10 - 11 let
Délka jednotky	2 x 50 minut
Matematické téma	středová a osová souměrnost
Potřebné znalosti	<ul style="list-style-type: none">• základní geometrické pojmy• geometrické útvary
Materiál	<ul style="list-style-type: none">• List s informacemi 1 (na 1. hodinu)• List s úlohami 1 (na 1. hodinu)• List s informacemi 2 (na 2. hodinu)• List s úlohami 2 (na 2. hodinu)
Cíle	<p>Student</p> <ul style="list-style-type: none">• zná středovou a osovou souměrnost• zná pojem kolmé osy• rozezná středovou a osovou souměrnost daných útvarů• umí doplnit útvar na souměrný pomocí středové a osové souměrnosti• umí sestrojit osu úsečky
Poznámky pro práci se studenty - migranty	V úkolu č. 4 mají žáci z řad migrantů nakreslit vlajku země, ve které se narodili, nebo země, ze které pochází jejich rodina. Studenti, kteří se nepovažují za migranty, mohou např. nakreslit vlajku země, kde žijí nebo žili členové jejich rodiny.

Plán hodiny:

1. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 10 min	Výklad a komunikace mezi učitelem a studenty	Učitel seznámí žáky s pojmy osová a středová souměrnost (informační list s informacemi 1). Studenti mohou klást otázky a buď si definice opíší do sešitu, nebo dostanou list s informacemi 1 jako rozdaný materiál.
cca 20 min	Práce ve dvojicích	Studenti pracují ve dvojicích na úlohách 1 a 2.
cca 10 min	Práce v malých skupinách	Studenti pracují ve skupinkách na úloze 3.
cca 10 min	Práce v malých skupinách, poté prezentace před třídou	Studenti pracují ve skupinkách na úloze 4 a představují výsledky celé třídě.

Domácí úkol: Jděte do kuchyně a vyhledejte nádobí nebo spotřebiče s jednou nebo více souměrnostmi. Zamyslete se nad tím, zda se jedná o osovou nebo středovou souměrnost. Předměty si načrtněte na kus papíru a přineste si je s sebou na příští hodinu.

2. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 10 min	Práce v malých skupinách	Studenti pracují v malých skupinách na úkolu 5 a využívají výsledky domácího úkolu. To umožňuje propojení s reálnými situacemi.
cca 15 min	Práce v malých skupinách, poté prezentace před třídou	Studenti pracují v malých skupinách na úkolu 6 a prezentují své výsledky před celou třídou.
cca 10 min	Výklad a komunikace mezi učitelem a studenty	Učitel zavede pojem kolmice středem úsečky (list s informacemi 2). Studenti mohou klást otázky a buď si informace opíší do sešitu, nebo dostanou list s informacemi 2 jako rozdaný materiál.
cca 15 min	Individuální práce a komunikace mezi učitelem a studenty	Studenti pracují na úkolu 7 samostatně. Poté může jeden student prezentovat na tabuli výsledky úlohy a) a druhý výsledky úlohy b).

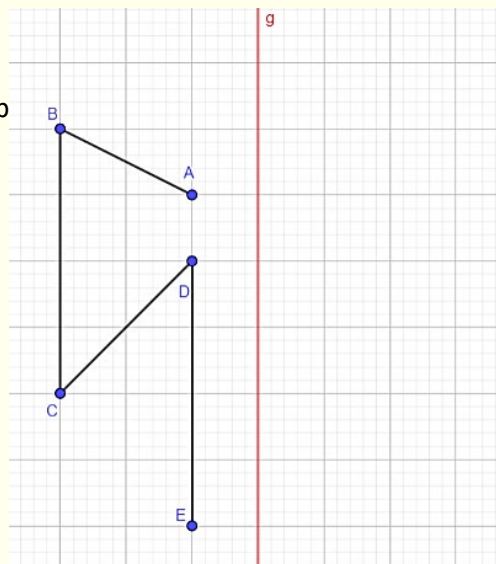
- Osová souměrnost:**

Obrazce, které se mohou překrýt, pokud je zobrazíme podle přímky, se nezývají osově souměrné. Tato přímka se nazývá osa souměrnosti.

Příklad:

Pomocí trojúhelníkového pravítka sestrojte zrcadlový ob a použijte přímku g jako osu souměrnosti.

Pojmenujte postupně vrcholy, tj. obraz bodu A se nazývá A' , obraz bodu B se nazývá B' atd.

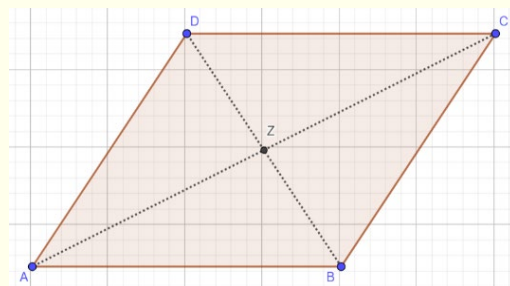


- Středová souměrnost:**

Pokud není útvar souměrný podle osy, ale podle bodu, označuje se jako středově souměrný. Útvary, které se mohou navzájem překrývat při zobrazení podle středu, se nazývají středově souměrné. Středově souměrný obrazec má střed souměrnosti, kolem kterého lze obrazec otočit o 180° . Otočený obrazec je shodný s obrazcem ve výchozí poloze.

Příklad: rovnoběžník

Z je střed souměrnosti, vrcholy A a C a vrcholy B a D jsou souměrné podle bodu Z ; všechny body na jedné straně rovnoběžníku jsou také souměrné s příslušnými body ležícími na protější straně rovnoběžníku.



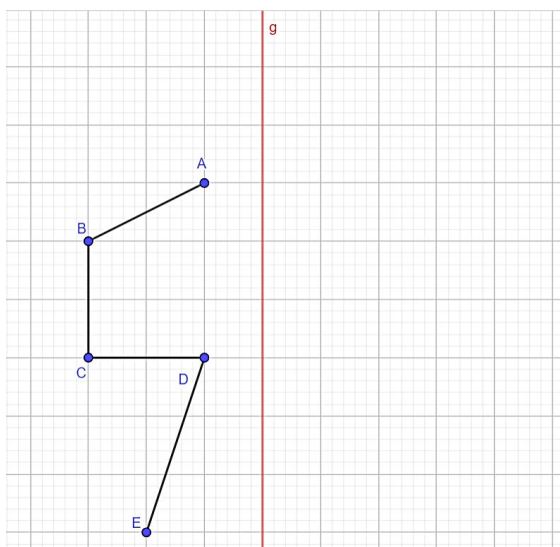
Speciální případ: Každá kružnice je středově souměrná a zobrazí se sama na sebe v otočení podle středu. Každá přímka procházející středem je osou souměrnosti, tj. kružnice má nekonečně mnoho os souměrnosti.

List s úlohami 1

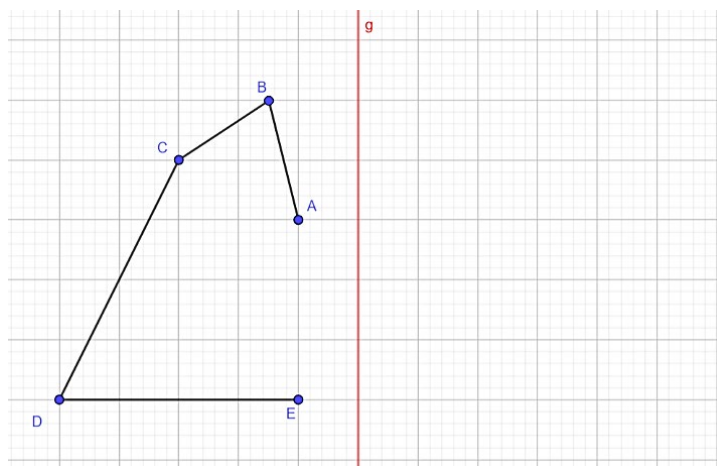
Úloha 1 (práce ve dvojicích):

- Doplňte každý obrázek tak, aby tvořil osově souměrný obrazec. Použijte červenou čáru jako osu souměrnosti a označte nové body A', B' atd.!
- Čtvrtý obrázek následně vystříhněte a přeložením zkontrolujte, zda je skutečně souměrný. Zamyslete se nad tím, jaký význam má hraje čára, podle které jste překládali!

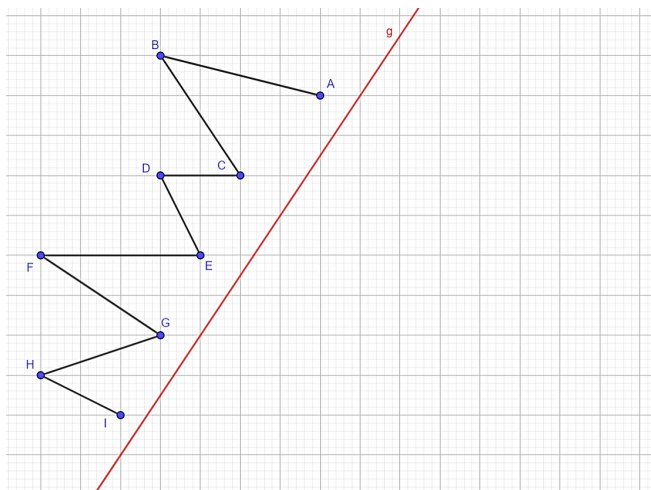
a)



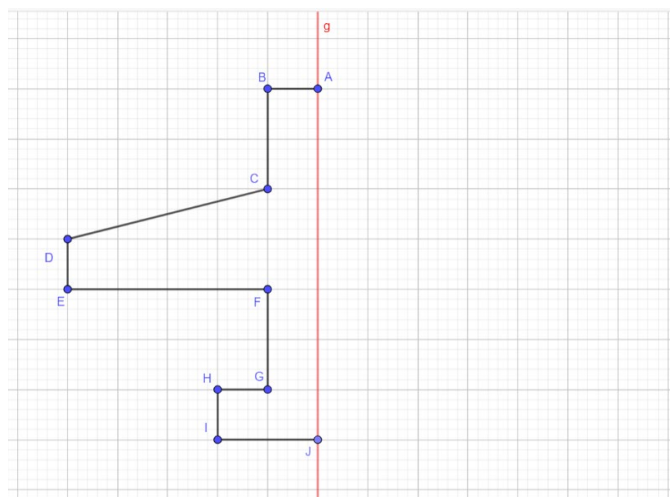
b)



c)



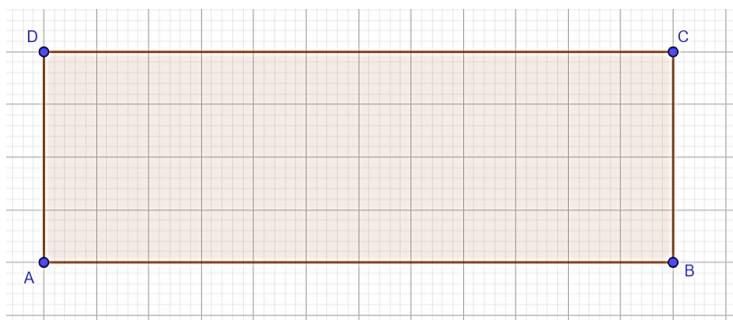
d)



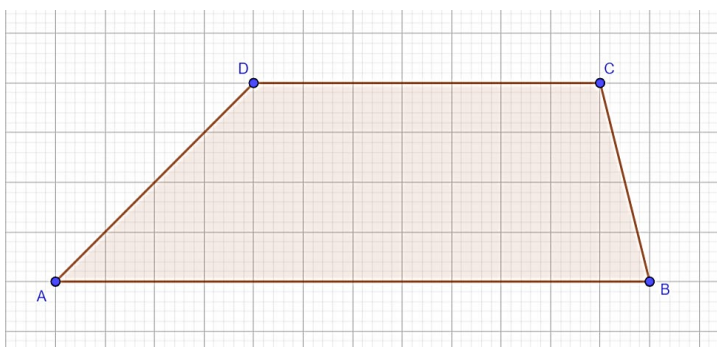
Úloha 2 (práce ve dvojicích):

Zvažte, zda jsou obrazce středově souměrné, a pokud ano, nakreslete střed souměrnosti (S).

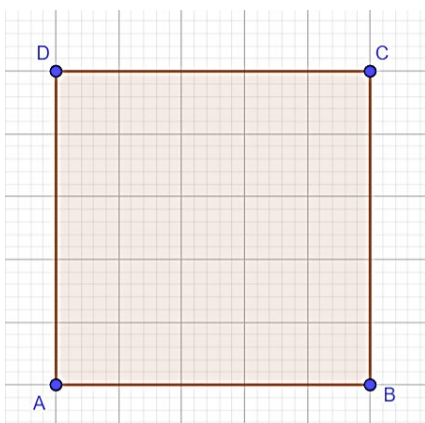
a)



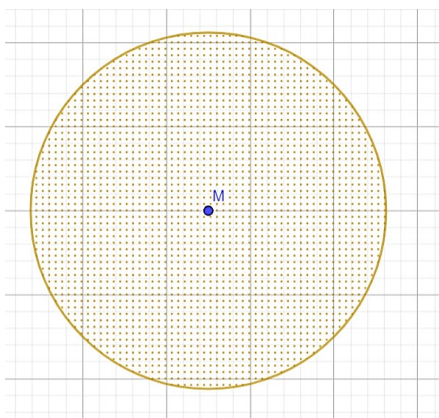
b)



c)



d)



Úloha 3 (práce v malých skupinách):

- a) Nakresli tři geometrické útvary, které mají právě jednu osu souměrnosti!
- b) Nakresli tři geometrické útvary, které mají víc než jednu osu souměrnosti!

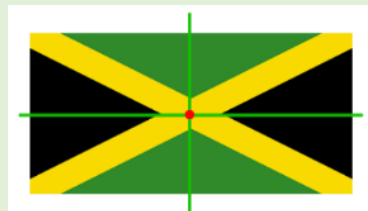
Úloha 4 (nejprve v malých skupinách, poté prezentace výsledků před celou třídou):

Nakreslete na list papíru vlajku své rodné země a zvažte, zda je osově nebo středově souměrná. Pokud je osově souměrná, nakreslete na vlajku všechny osy souměrnosti. Poté shromážděte od celé třídy co nejvíce různých vlajek, nakreslete je barevně na list papíru A4 a zakreslete do nich osy souměrnosti. Požádejte učitele, aby všechny nasbírané vlajky viditelně umístil ve třídě (např. na nástěnce).

Poznámka: Pokud je ve skupině pouze jedna vlajka země narození, mohou žáci nakreslit vlajku země, ve které se narodili, nebo kde žijí někteří členové rodiny, nebo zemi, kterou navštívili.

Příklad:

Jamajská vlajka je osově souměrná podle dvou os souměrnosti.
Je také středově souměrná.



Osa úsečky

Osa úsečky rozděluje úsečku AB na poloviny a je kolmá na úsečku AB. Všechny body na ose úsečky jsou stejně vzdálené od bodů A a B.

Konstrukce:

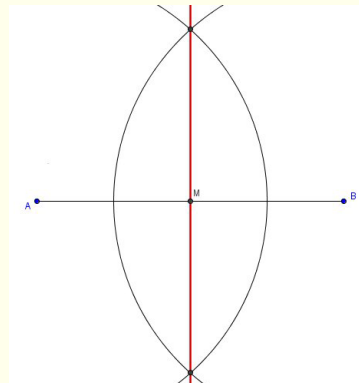
Body A a B jsou spojeny úsečkou.

Kolem bodů A a B je pomocí kružítka nakreslen oblouk.

Poloměr oblouku musí být v obou případech stejný, a musí být větší než polovina délky úsečky.

Průsečíkem obou oblouků pak prochází osa úsečky.

Osa úsečky je zároveň osou souměrnosti úsečky AB.



List s úlohami 2

Úloha 5: „Pečeme cukroví!“ (práce ve skupinkách)

- a) Která z těchto vykrajovátek na cukroví mají osy souměrnosti a která ne? Pokud existuje osa souměrnosti, nakreslete ji barevně!
- b) Existují vykrajovátká na cukroví, která jsou středově souměrná? Pokud ano, která?



- c) Podívejte se na kuchyňské náčiní (nebo jeho nákresy), které jste si přinesli s sebou (což byl domácí úkol). Diskutujte ve skupině o tom, zda jsou osově souměrné nebo středově souměrné!
- d) Studenti si mohou přinést svůj oblíbený recept na cukroví a rozdat je ostatním členům skupiny. Motivovaní studenti mohou přinést na příští hodinu vlastnoručně upečené cukroví se symetrickými tvary a rozdat je.

Úloha 6 (nejprve v malých skupinkách, poté v celé třídě):

- a) Některá slova jsou „osově souměrná“, např. TOOT, BOB nebo EVE.

Každý student ve skupině vymyslí dvě osově souměrná slova ve svém rodném jazyce.

Jako zdroj lze použít internet.

Poté se tato slova ukáží a vysvětlí se jejich význam ostatním členům skupiny a představí se jejich překlad do vyučovacího jazyka.

Příklad:

EBBE („osově souměrné“ slovo v němčině):

Vysvětlení: Pravidelně se opakující pokles mořské hladiny, který je viditelný, když moře ustupuje.

Překlad: Příliv a odliv

- b) Existují slova, která při čtení odzadu dopředu také tvoří smysluplná slova. Taková slova se nazývají palindromy (poznámka: někdy se slovo „palindrom“ používá ve striktním smyslu, který znamená pouze osově souměrná slova, tj. slova, která se čtou stejně zezadu dopředu jako zepředu dozadu; zde používáme slovo „palindrom“ v širším smyslu), např. TEN - NET, EVIL – LIVE v angličtině.

Každý student ve skupině vymyslí dva palindromy ve svém rodném jazyce.

Jako zdroj informací lze opět použít internet.

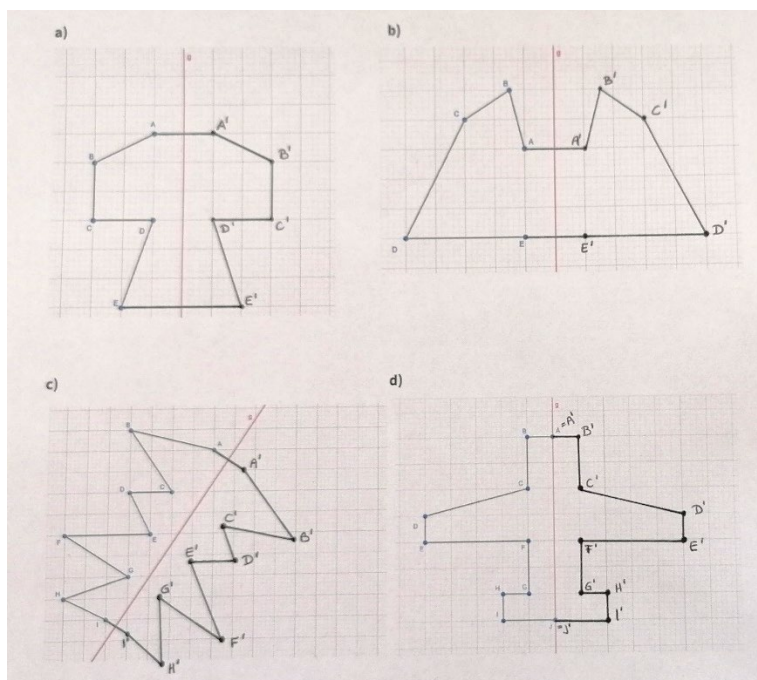
Poté se slova ukáží a vysvětlí se jejich význam ostatním členům skupiny a ukáže překlad do jazyka, ve kterém probíhá hodina.

Úloha 7:

- a)** Sestrojte osu úsečky AB , kde $A = (0,7)$ a $B = (6,4)$.
- b)** Jsou dány body $C = (2,5)$ a $D = (12,7)$. Vypočítejte souřadnice středu M úsečky CD . Potom rozdělte úsečku CD na čtyři shodné části pomocí os úsečky.

Řešení

Úloha 1:



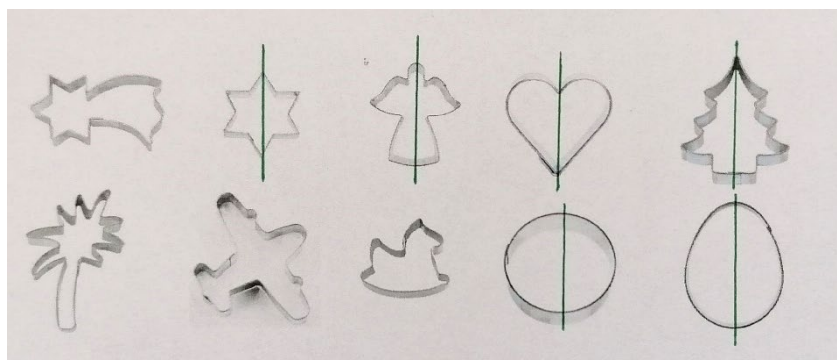
Úloha 2:

Obrázky a), c) a d) jsou středově souměrné.

Úloha 5:

a) Následující formičky mají aspoň jednu osu souměrnosti: hvězda, anděl, srdce, strom, kruh, vajíčko.
Následující formičky jsou také středově souměrné: hvězda, kruh

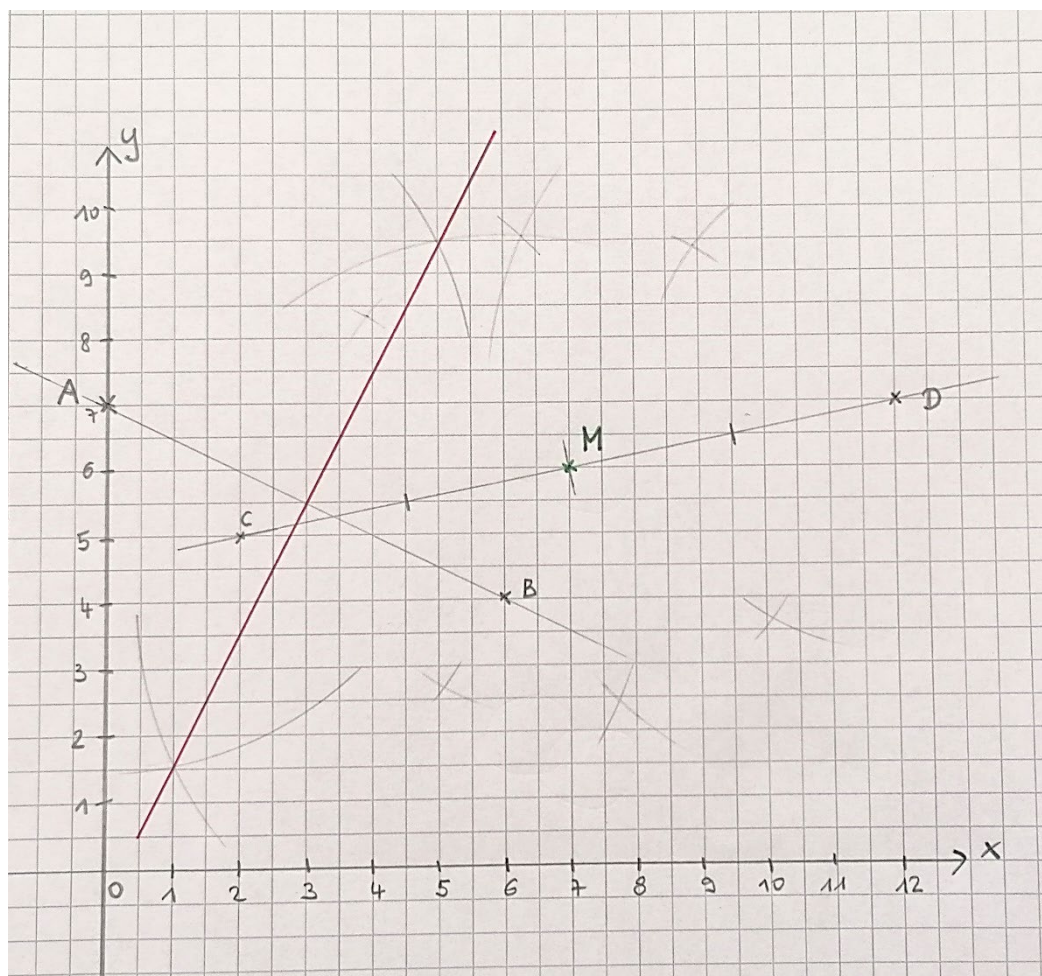
Osy souměrnosti:



Úloha 7:

Střed má souřadnice $M = (7,6)$.

Konstrukce:



2. Analýza následného rozhovoru

Učitelka, která odučila tuto jednotku, má 11 let pedagogické praxe. Jejím druhým předmětem je dějepis. Zúčastnila se DVPP zaměřeného na práci se žáky s OMJ v roce 2022.

Učitelka poznamenala, že úvod do osově a středově symetrie je velmi podobný tomu, co dělala v minulých hodinách, kdy toto téma žákům představila. Uvedla, že osová souměrnost je pro žáky dobře známý pojem, přestože zatím neznají její formální definici a vlastnosti. Středová symetrie je hůře pochopitelná, protože to není něco, s čím se žáci setkávají v běžném životě. Doporučila používat GeoGebru jako doplněk kreslení na tabuli.

Učitelka ocenila úlohu 3, protože „přiměla žáky k zamyšlení, je to svým způsobem obrácený úkol“. Většina úloh, které dříve používala, byla jako úkoly 1 a 2 (doplňte obrázek, najděte symetrii daného obrázku), zatímco úloha 3 požaduje, aby žáci vytvořili vlastní obrázky.

Učitelka se zvláště kladně vyjádřila k úloze 4. „Práce s vlajkami byl dobrý nápad a používání vlastních vlajek je skvělé“. Řekla, že zatímco žáci někdy neradi mluví o svých zemích původu, téma geometrie vlajek jim umožnilo vnést do třídy vlastní kontext a přispět věcmi, které by ostatní žáci nevěděli, aniž by museli diskutovat o politických nebo ekonomických problémech svých zemí, což se v jiných situacích část stává.

Učitelce se také líbila úloha 5. Hovořila o nadšení, s jakým žáci přijali nápad přinést do třídy kuchyňské vybavení. Téměř všichni žáci něco přinesli, jeden chlapec přinesl velkou sbírku vykrajovátek a jedna dívka různé ozdoby na dorty. Žáci na tomto úkolu pracovali déle, než byl plánovaný čas. Učitelka se rozhodla čas navíc aktivitě věnovat.

Úlohu 6 považovala učitelka za těžkou. Během hodiny se ukázalo, že pro je pro žáky obtížné najít „symetrická slova“ v jakémkoli jazyce. Nápad se jim sice líbil, ale narůstala jejich frustrace z toho, že nemůžou najít vhodná slova. Domnívá se, že tato úloha potřebuje více času a možná by mohla fungovat jako domácí úkol.

Vzhledem k nedostatku času učitelka vynechala úlohu 7. Uvedla také, že i kdyby čas měla, úlohu by vynechala, protože jí připadalo, že jde o úlohu „velmi tradiční a abstraktní“ ve srovnání se zbytkem aktivit v 2. hodině.

3. Doporučení na zlepšení

Učitelka navrhla několik vylepšení této jednotky:

Zaprvé doporučuje pracovat kromě tabule a sešitů také s Geogebrou. Jako důležité vnímá, aby si žáci konstrukce mohli vytvořit rukou na papír, ale zároveň aby viděli, jak jim digitální prostředky mohou pomoci.

Její druhé doporučení se týká úlohy 6 (symetrická slova). Zvažovala zadat část této úlohy za domácí úkol (najít symetrická slova ve svém mateřském jazyce). V další hodině pak žáci mohou prezentovat nalezená slova. V takovém případě budou žáci moci využít více zdrojů (nejen hledat online, ale také se ptát členů rodiny a/nebo přátel). Čas ušetřený na úloze 6 doporučuje věnovat úloze 5.

Posledním doporučením je vynechat úlohu 7, nebo přesunout celé téma kolmice na další hodinu. Toto doporučuje ze dvou důvodů. Zaprvé je v 2. hodině mnoho časově náročných úkolů a na úlohu 7 nezbývá dostatek času. Zadruhé se domnívá, že tento druh úkolu (konstrukce) se nehodí ke zbytku aktivit v této hodině.