Co-funded by the European Union

Případová studie 6

Základní informace

Název výzkumné jednotky	**Znázornění těles v rovině**
Autor jednotky	**BORG Deutsch-Wagram (Rakousko)**
Vychází z konceptu výukové jednotky	**Isometries of the plane**
Autor konceptu výukové jednotky	**Fondazione A.R.E.A. (Itálie)**
Datum výuky	**22. 03. 2024**
Počet žáků ve třídě	**18**
Počet žáků s OMJ	**7**

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

1. Popis výzkumné výukové jednotky

Název	**Znázornění těles v rovině**
Věk studentů	13 let
Délka jednotky	3 x 50 minut
Mathematical topic	Projekce těles v geometrii
Potřebné znalosti	• vlastnosti základních těles (krychle, různé tvary hranolů, válec, jehlan, kužel, koule). • práce s rovnicemi a proměnnými
Materiály	• list s informacemi 1 (pro lekci 1) • list s úkoly 1 (pro lekci 1) • list s úkoly 2 (pro lekci 2) • list s informacemi 2 (pro lekci 3) • list s úkoly 3 (pro lekci 3)
Cíle	Student • zná vzorce pro povrch a objem krychle, kvádru, válce, čtvercového jehlanu, kužele a koule. • umí sestrojit šikmý rovnoběžný průmět s daným úhlem a daným koeficientem zkrácení krychle a krychlového tělesa
Notes on work with migrant students	• V rámci úkolu 4 si žáci („migranti“ i „ne-migranti“) vymyslí typický předmět ze země svého původu (nebo ze země své rodiny), který bude mít základní geometrický tvar. Studenti mohou stručně vysvětlit, co je to za předmět, nebo proč si vybrali právě tento předmět.

Plán hodiny

1. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 30 min	Práce v malých skupinách, poté prezentace výsledků před celou třídou	Opakování vlastností geometrických těles; vyhledávání informací o skutečných stavbách (internet); propojení s matematikou (list s úkoly 1).
cca 20 min	Výklad a komunikace mezi studentem a učitelem	Učitel vysvětlí postup sestrojení obrazu tělesa ve volném rovnoběžném promítání a vzorce pro povrch a objem krychle a kvádru pomocí listu s informacemi 1. Studenti mohou klást otázky.

2. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 20 min	Práce s celou třídou, komunikace mezi studentem a učitelem	Řešení úlohy 2 (učitel, společně s celou třídou).
cca 30 min	Práce ve dvojicích, práce v celé třídě, diskuze	Řešení úlohy 3 ve dvojicích, následně společná kontrola řešení ve třídě. Diskuze o typických předmětech vybraných v úloze 3b.

Domácí úkol: Každý žák by si měl vymyslet typický předmět země svého původu (nebo země své rodiny), který představuje geometrický tvar. Měli by také zjistit rozměry tohoto předmětu (např. prostřednictvím internetu nebo změřením předmětu doma; pokud není možné ani jedno, měli by studenti vymyslet reálné rozměry). Studenti si mohou vybrané předměty vyfotit nebo je dokonce přinést do třídy.

3. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 20 min	Výklad a komunikace mezi studentem a učitelem	Učitel vysvětlí vzorce pro povrch a objem válce, jehlanu se čtvercovou podstavou, kužele a koule pomocí listu s informacemi 2. Studenti mohou klást otázky.
cca 30 min	Práce ve dvojicích, prezentace výsledků v celé třídě	Žáci pracují na úloze 4 ve dvojicích, poté prezentují své výsledky celé třídě (pokud žáci potřebují na úkol více času, může prezentace výsledků proběhnout i v další hodině).

List s úlohami 1

Úloha 1 (práce ve skupinkách, poté prezentace výsledků v celé třídě):

Každý žák ve skupině vymyslí stavbu/ památku ze své země původu, která obsahuje geometrická tělesa! Geometrická tělesa je třeba také pojmenovat! Použití internetu je povoleno! Každý student by měl také stručně vysvětlit „svou“ stavbu ve 2-3 větách.
Pokud mají všichni studenti (nebo většina z nich) stejnou zemi původu, mohou si vybrat země, které navštívili nebo kde žijí jejich rodinní příslušníci.

Examples:

a) Kostel Sv. Františka z Assisi" ve Vídni (špičky věží jsou kužely)
Nachází se na náměstí Mexikoplatz přímo u řeky Dunaj.
Základní kámen byl položen u příležitosti 50. výročí korunovace císaře Františka Josefa. Jedná se o římskokatolický farní kostel.

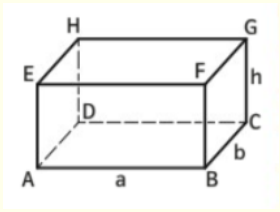
b) Skleněná pyramida v Paříži
Slouží jako hlavní vchod do muzea Louvre v francouzském hlavním městě Paříži.

List s informacemi 1

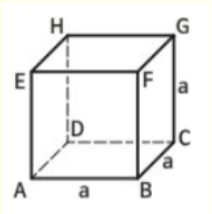
Nyní se zaměříme na vytvoření obrazu ve volném rovnoběžném promítání a výpočet povrchu a objemu krychle a kvádru:
Na výkresu je těleso zobrazeno vždy jen z jednoho úhlu. Těleso, tj. prostorový objekt, je na rýsovacím papíře zobrazeno jako rovinný útvar. K dosažení prostorového efektu na výkresu se často používá tzv. volné rovnoběžné promítání. Při tomto typu zobrazení mají jednotlivé plochy a hrany tělesa různé tvary nebo délky.

Vysvětlení: Přední a zadní stěna jsou nakresleny ve skutečné velikosti. Boční hrany probíhající šikmo dozadu jsou zkráceny. Pracujeme s úhlem zkreslení α=45° (úhel, pod kterým je nakreslena šikmá hrana) a parametrem zkrácení, v=0,5 (tj. zkrácení na polovinu; tímto parametrem se násobí délka šikmé hrany). Neviditelné hrany se kreslí jako přerušovaná nebo tečkovaná čára. Tím se získá zobrazení, které dobře odpovídá skutečnosti.

Pro **kvádr** s podstavou o obsahu G platí následující vzorce:
Povrch $A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot v + 2 \cdot b \cdot v = 2 \cdot G + M$
Objem: $V = a \cdot b \cdot v = G \cdot v$



Pro **krychli** s podstavou o obsahu G platí následující vzorce:
Povrch $A = 6 \cdot a \cdot a$
Objem: $V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a$

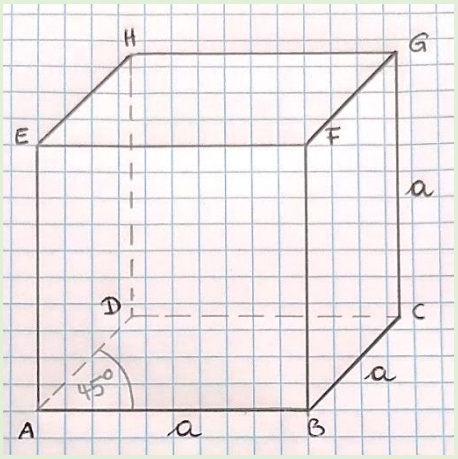


Task sheet 2

Úloha 2 (práce v celé třídě):

Sestrojte obraz krychle ve volném rovnoběžném promítání, je-li dáno $a = 5cm$.

Vypočítejte povrch a objem této krychle.



Povrch $A = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot 5 \cdot 5 = 150cm^2$

Objem: $V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125cm^3$

Úloha 3 (práce ve dvojicích):

a) Kvádr: Sestrojte obraz kvádru ve volném rovnoběžném promítání, je-li dáno $a = 7\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $c = 3\text{cm}$ ($\alpha = 45°$, $q = 0.5$.

Vypočítejte povrch a objem tohoto kvádru!
Vymyslete 2 předměty z běžného života, které by mohly mít přibližně tvar tohoto kvádru!

b) Krychle: Sestrojte obraz krychle o hraně 7 cm ve volném rovnoběžném promítání. ($\alpha = 45°$, $q = 0.5$.

Vypočítejte povrch a objem této krychle!
Vymyslete 2 předměty z běžného života, které by mohly mít přibližně tvar této krychle!

List s informacemi 2

Pro další prohloubení tématu geometrických těles jsou nyní podrobněji probrány povrchy a objemy následujících těles: válec, jehlan se čtvercovou podstavou, kužel, koule.
Poznámka: Žáci jsou již seznámeni s vlastnostmi geometrických těles. Studenti jsou také seznámeni s pojmy stěnová a tělesová výška. Pomocí přiřazování by studenti měli sami zjistit, jak vypadají příslušné vzorce.

- Válec:

  Povrch:
  Objem:

- Jehlan se čtvercovou podstavou:

  Povrch:
  Objem:

- Kužel:

  Povrch:
  Objem:

- Koule:

  Povrch:
  Objem:

$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

$A = a^2 + 2 \cdot a \cdot v_a$

$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v$

$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v$

$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot v$

$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

$V = r^2 \cdot \pi \cdot v$

$A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$

List s úlohami 3

Úloha 4 (práce v malých skupinkách, poté prezentace výsledků celé třídě):

Každý žák by si měl vymyslet typický objekt země svého původu (nebo země původu své rodiny), který představuje geometrický tvar (to byl domácí úkol). Následující tabulku by měli vyplnit v malé skupině. Výsledky by pak měli prezentovat na tabuli celé třídě. Studenti si mohou vybrané předměty vzít do třídy a (pokud jsou jedlé) nechat je i ochutnat.

Na prvním řádku je uveden příklad typického rakouského objektu.

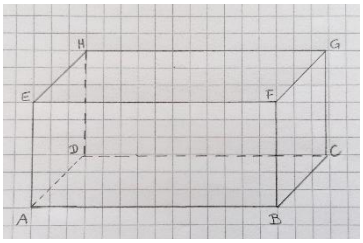
Objekt	Těleso	Rozměry	Počet vrcholů	Počet hran	Počet stěn	Povrch	Objem
Manner-(typické vídeňské oplatky	Kvádr	$a = 97$ $b = 84$ $v = 15$ (mm)	8	12	6	$A = 2 \cdot 97 \cdot 84 +$ $2 \cdot 97 \cdot 15 +$ $2 \cdot 84 \cdot 15$ $21726\mathrm{mm}^2$	$V = 97 \cdot 84 \cdot 15$ $122220\mathrm{mm}^3$ $122.22\mathrm{cm}^3$

Řešení

Úloha 3:

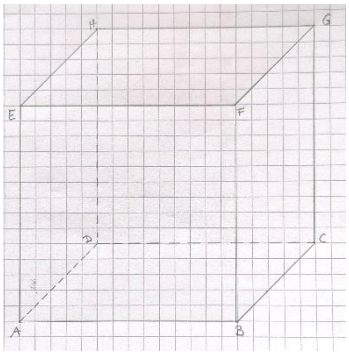
a)

$A = 2 \cdot 7 \cdot 4 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 122\text{cm}^2$
$V = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84\text{cm}^3$



b)

$A = 6 \cdot 7^2 = 294\text{cm}^2$
$V = 7^3 = 343\text{cm}^3$



List s informacemi 2:

- Válec:

  Povrch: $A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v$

  Objem: $V = r^2 \cdot \pi \cdot v$

- Jehlan se čtvercovou podstavou:

  Povrch: $A = a^2 + 2 \cdot a \cdot v_a$

  Objem: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot v$

- Kužel:

  Povrch: $A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$

  Objem: $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v$

- Koule:

  Povrch: $A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

  Objem: $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

2. Analýza následného rozhovoru

Učitel, který vyučoval tuto jednotku, má 12 let pedagogické praxe. Jeho druhým předmětem je tělesná výchova. Neabsolvoval žádný kurz zaměřený na práci se žáky s OMJ.

Učitel vysoce hodnotil úlohu 1 (pevné látky v reálném světě). Připravil několik obrázků budov, které mohl prezentovat ve třídě, kdyby žáci nenašli vhodné fotografie na internetu. Tyto obrázky ale nakonec nemusel použít, protože žáci sami vyhledali dostatek obrázků vhodných pro další práci. Uvedl, že by raději pokračoval v práci s budovami vyhledanými v úloze 1 a nakonec se k nim vrátil po zavedení šikmé rovnoběžné projekce.

Učitel popsal 2. hodinu (úlohy 2 a 3) jako poměrně standardní a velmi podobné tomu, co je v učebnici, kterou pravidelně používá k výuce. Řekl, že žáci byli v úkolu 3b (hledání předmětů každodenního života ve tvaru krychle) poměrně kreativní, i když většinou pojmenovávali předměty, které jsou ve skutečnosti kvádry.

Učitel si nebyl úplně jistý, jak prakticky pracovat s info listem 2. Pokud by byl rozdán v tištěné podobě (jak původně zamýšlel), žáci by museli rovnice vystřihnout, přiřadit k sobě a nalepit do sešitu. Pokud se rozhodne info list promítat jako textový soubor a pak v něm pracuje celá třída (což nakonec udělal), žáci si musí zapsat všechny rovnice ve správném pořadí do sešitů A zde hrozí riziko chyb. Poslední možností je info list promítat a společně přiřadit správné dvojice, teprve pak list vytisknout a rozdat.

Učitel uvedl, že se žákům velmi líbila úloha 4. Žáci vymysleli řadu různých předmětů a některé předměty do třídy skutečně přinesli. Učitel explicitně hovořil o tom, jak přínosná úloha byla pro žáky s OMJ z jiných zemí. Zmínil chlapce, kterého popsal jako „obvykle velmi bázlivého a rezervovaného“. Tento žák přinesl předmět z domova a hrdě jej představil nejprve skupině a poté celé třídě. Učitel řekl, že by bylo dobré v hodinách vytvářet více spojení s prostředím, ve kterém žáci žijí.

3. Doporučení na zlepšení

Učitel navrhl několik vylepšení této jednotky:

První věc je, že doporučuje využít budovy z úlohy 1 ve 2. hodině, tedy nechat žáky vytvářet šikmé rovnoběžné projekce těchto konkrétních budov namísto obecně abstraktních objektů, jak je to v jednotce nyní.

Učitel také upozornil, že je třeba domyslet, jak pracovat s info listem 2 ve 3. hodině. Mají žáci individuálně pracovat přímo v souboru na počítači? Má se tisknout až poté, co celá třída vše správně přiřadí? Použití tištěné verze pro to, aby žáci sami tvořili dvojice, je nepraktické. Ať už se s listem bude pracovat jakkoli, je nezbytné, aby došlo ke kontrole správnosti řešení.