



Fallstudie 03

Grundlegende Daten

Titel der Unterrichtseinheit	Anwendung der Vektorrechnung im Alltag (Landkarten)
Einheit entwickelt von	BORG Deutsch-Wagram (AT)
Basierend auf dem Konzept	Mit Vektoren auf einer Landkarte reisen
Konzept entwickelt von	Škola da Vinci (CZ)
Unterrichtsdatum	20.11.2023
Anzahl der Schüler*innen	24
Anzahl der Schüler*innen mit Migrationshintergrund	4

1. Beschreibung der Unterrichtseinheit

Titel	Anwendung der Vektorrechnung im Alltag (Landkarten)
Alter der Schüler*innen	15 Jahre
Dauer der Einheit	1 x 50 Minuten
Mathematisches Thema	Vektorrechnung
Vorwissen der Schüler*innen	<ul style="list-style-type: none">• Eigenschaften von Vektoren in der Ebene• Geraden in der Ebene• Parameterdarstellung einer Geraden
Benötigte Materialien	<ul style="list-style-type: none">• Arbeitsblatt „Vektorrechnung in Österreich“• „Landkarte Österreich“ (eine pro Team, oder alternativ auf der Rückseite des Arbeitsblatts aufgedruckt, dass jede*r Schüler*in bekommt)
Ziele	Die Schüler*innen ... <ul style="list-style-type: none">• können Vektoren in Alltagsaufgaben anwenden• können Koordinaten auf einer realen Landkarte verwenden• können mit Hilfe von Vektoren modellieren
Bemerkungen zum Arbeiten mit Schüler*innen mit Migrationshintergrund	<ul style="list-style-type: none">• Als mögliche Erweiterung können Schüler*innen ihre eigenen Aufgaben entwickeln, mit Landkarten und Namen von Städten aus ihren Wurzelländern

Unterrichtsplanung

Zeit	Sozialform	Inhalt und Anmerkung
ca. 10 min	Frontalunterricht und Lehrer-Schüler-Gespräch	Die Lehrperson motiviert die Schülerinnen und Schüler für das Thema der Stunde. Wiederholung der wichtigsten mathematischen Begriffe (Vektor ablesen, Betrag eines Vektors, Parameterdarstellung von Geraden) durch die Lehrperson (kann im Bedarfsfall an der Tafel notiert werden).
ca. 25 min	Partnerarbeit	Die Schülerinnen und Schüler lösen die Aufgabenstellungen des Arbeitsblattes in Zweierteams. Die Lehrperson geht durch die Klasse und hilft bei auftretenden Problemen.
ca. 15 min	Lehrer-Schüler-Gespräch	Vergleichen der Ergebnisse der Aufgaben

Bemerkung:

- Die Aufgabenstellung 1 behandelt das Thema „Anwendung von Vektoren in der Ebene“, die Aufgabenstellung 2 behandelt das Thema „Geraden in der Ebene“.
- Das Arbeitsblatt ist am Ende beider Kapitel (Vektoren und Geraden in der Ebene) gedacht und soll als Wiederholung, Festigung und Anwendung im Alltag dienen.

Vektorrechnung in Österreich – Arbeitsblatt

Die gegebene Abbildung zeigt die Landkarte Österreichs in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. In dieser Abbildung sind einige Städte Österreichs und auch seines Nachbarlandes Deutschland zu erkennen, wie beispielsweise die Städte Wien, Graz, Linz, Salzburg, Innsbruck, München und viele mehr. Die Koordinaten der Städte müssen nicht ganzzahlig sein.

Aufgabenstellung 1:

- a) Gib an, in welcher Stadt man sich befindet, wenn man von Salzburg ausgehend zuerst entlang des Vektors $\vec{u} = (4,5|-2)$ und danach entlang des Vektors $\vec{v} = (5|0)$ befindet.

- b) Ermittle mit Hilfe der Vektorrechnung die Entfernung der Orte Wien und Graz.

- c) Betrachte die Strecke zwischen den Städten München M und Wien W . Die Strecke MW wird innen durch den Punkt T im Verhältnis 5: 4 geteilt. Stelle eine Formel zur Berechnung des Punktes T auf und gib an in welchen Ort man sich zirka befindet.

$T =$ _____

Ort: _____

Aufgabenstellung 2:

- a) Stelle eine Gerade in Parameterdarstellung zwischen den Städten Salzburg und Wien auf, wobei der Richtungsvektor ganzzahlige Koordinaten haben soll.

- b) Stelle die Gerade aus Aufgabenstellung 2a) in Normalvektordarstellung auf.

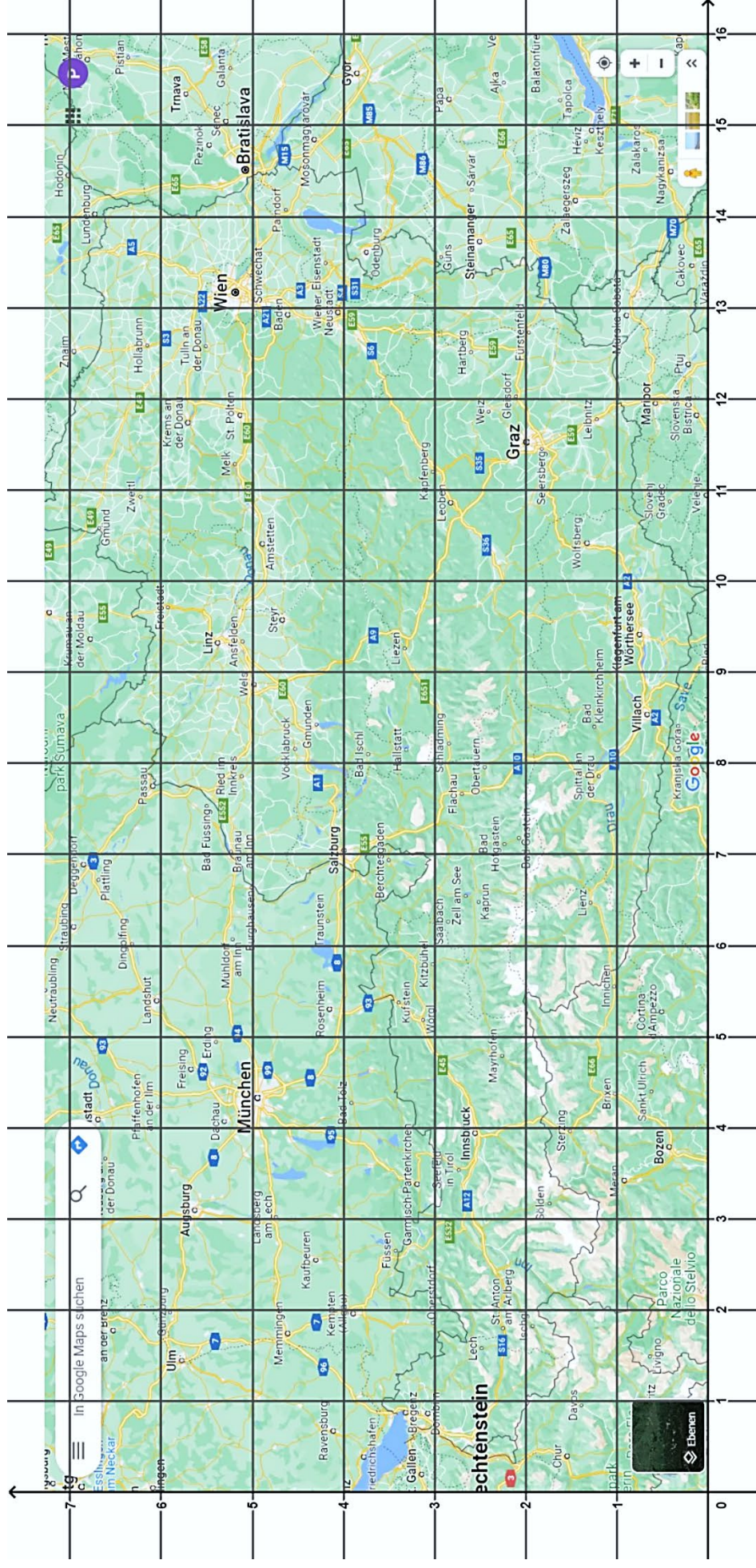
- c) Die Gerade g , welche durch die Städte München und Linz verläuft, ist gegeben durch:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4,3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Stelle eine zur Geraden g parallele Gerade h durch die Stadt Salzburg auf.

- 2) Stelle eine zur Geraden g normale Gerade i durch die Stadt Salzburg auf.

Landkarte Österreichs



1 Einheit am Koordinatensystem entspricht ca. 52 km in Wirklichkeit

Vektorrechnung in Österreich – Arbeitsblatt mit Lösungen

Die gegebene Abbildung zeigt die Landkarte Österreichs in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. In dieser Abbildung sind einige Städte Österreichs und auch seines Nachbarlandes Deutschland zu erkennen, wie beispielsweise die Städte Wien, Graz, Linz, Salzburg, Innsbruck, München und viele mehr. Die Koordinaten der Städte müssen nicht ganzzahlig sein.

Aufgabenstellung 1:

- a) Gib an, in welcher Stadt man sich befindet, wenn man von Salzburg ausgehend zuerst entlang des Vektors $\vec{u} = (4,5|-2)$ und danach entlang des Vektors $\vec{v} = (5|0)$ befindet.

_____ Villach _____

- b) Ermittle mit Hilfe der Vektorrechnung die Entfernung der Orte Wien und Graz.

Koordinaten von Wien $W = (13,2|5,2)$ und Graz $G = (11,5|2)$

$$\overrightarrow{WG} = G - W = \begin{pmatrix} 11,5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13,2 \\ 5,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,7 \\ -3,2 \end{pmatrix} \text{ und } \left| \begin{pmatrix} -1,7 \\ -3,2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-1,7)^2 + (-3,2)^2} = \sqrt{13,13} \approx 3,62$$

Entfernung in Realität: $3,62 \cdot 52 \text{ km} = 188,24 \text{ km}$

- c) Betrachte die Strecke zwischen den Städten München M und Wien W . Die Strecke MW wird innen durch den Punkt T im Verhältnis 5: 4 geteilt. Stelle eine Formel zur Berechnung des Punktes T auf und gib an in welchen Ort man sich zirka befindet.

$$T = M + \frac{5}{9} \cdot \overrightarrow{MW}$$

Ort: _____ Anselden _____

Aufgabenstellung 2:

- a) Stelle eine Gerade u in Parameterdarstellung zwischen den Städten Salzburg und Wien auf, wobei der Richtungsvektor ganzzahlige Koordinaten haben soll.

Koordinaten von Wien $W = (13,2|5,2)$ und Salzburg $S = (7|4)$

$$\overrightarrow{SW} = W - S = \begin{pmatrix} 13,2 \\ 5,2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,2 \\ 1,2 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 62 \\ 12 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$u: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \dots \text{Parameterdarstellung der Geraden } u$$

- b) Stelle die Gerade aus Aufgabenstellung 2a) in Normalvektordarstellung auf.

Richtungsvektor der Geraden u ist $\begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix}$. Daher ist der Normalvektor der Geraden u gegeben durch $\begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix}$.

Es gilt: $\vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot S$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow 6x - 31y = 6 \cdot 7 + (-31) \cdot 4 \rightarrow 6x - 31y = -82$$

- c) Die Gerade g , welche durch die Städte München und Linz verläuft, ist gegeben durch:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4,3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Stelle eine zur Geraden g parallele Gerade h durch die Stadt Salzburg auf.

$$h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 2) Stelle eine zur Geraden g normale Gerade i durch die Stadt Salzburg auf.

$$i: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -25 \end{pmatrix}$$

2. Interviewanalyse

Die Lehrerin, die diese Einheit unterrichtet, hat mehr als 30 Jahre Lehrerfahrung. Ihr zweites Fach ist Geografie. Sie hat keine spezielle Aus- oder Weiterbildung zum Unterrichten in multikulturellen Klassen erhalten.

Die Lehrerin hielt den vorgeschlagenen Zeitrahmen (50 Minuten) für die Durchführung aller Aktivitäten für ausreichend. Aufgrund ihrer umfangreichen Erfahrung als Geografie-Lehrerin bezog sie interessante Fakten über die Karte und die Städte, die in den verschiedenen Aktivitäten erwähnt wurden, in den Unterricht ein. Sie kommentierte auch die Tatsache, dass die gewählte Raster-Einheit der Karte (52 km) natürlich nicht realistisch ist, aber dass diese Länge so gewählt wurde, dass die Orte, die in den Aktivitäten verwendet werden, (zumindest annähernd) an Rasterpunkten liegen und ihre Koordinaten von den Schüler*innen leicht abgelesen werden können.

Die Lehrerin äußerte sich auch positiv über die Tatsache, dass diese Unterrichtseinheit den Schüler*innen Orte in Österreich vorstellte, die weniger bekannt sind. Auch die Tatsache, dass die Vektorrechnung in einer realen Situation angewendet wird, wurde positiv erwähnt.

Die mögliche Erweiterung (die Arbeit mit Karten von Wurzelländern von Schüler*innen mit Migrationshintergrund und die Erstellung eigener Aufgaben durch die Schüler*innen) wurde als gute Idee genannt, würde jedoch mindestens eine weitere Unterrichtsstunde erfordern.

3. Verbesserungsvorschläge

Die Lehrerin schlug zwei Verbesserungen für die Einheit vor:

Erstens würde sie zu Aufgabe 2c) die Teilaufgabe hinzufügen, dass die Schüler (ggf. mit Hilfe der Lehrperson) die dort zu berechnenden Geraden interpretieren sollen. Welche Bedeutung haben sie in dem gegebenen Kontext?

Zweitens würde sie vorschlagen, eine konkrete Methode für den „Vergleich der Ergebnisse“ als letzte Aktivität der Unterrichtsstunde anzuführen. Sie schlug insbesondere vor, die richtige Antwort an die Tafel zu schreiben (und nicht nur, wie vorgeschlagen, eine mündliche Lehrer*in-Schüler*innen-Kommunikation zu verwenden), damit alle Schüler*innen die richtigen Antworten zur Verfügung haben.