



Fallstudie 04

Grundlegende Daten

Titel der Unterrichtseinheit	Dreiecke und Vierecke
Einheit entwickelt von	BORG Deutsch-Wagram (AT)
Basierend auf dem Konzept	Grundlegende Euklidische Geometrie
Konzept entwickelt von	Fondazione A.R.E.A. (IT)
Unterrichtsdatum	18.03.2024
Anzahl der Schüler*innen	23
Anzahl der Schüler*innen mit Migrationshintergrund	15

1. Beschreibung der Unterrichtseinheit

Titel	Dreiecke und Vierecke
Alter der Schüler*innen	13 Jahre
Dauer der Einheit	2 x 50 Minuten
Mathematisches Thema	Grundlegende Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken
Vorwissen der Schüler*innen	<ul style="list-style-type: none">• Elementargeometrische Figuren
Benötigte Materialien	<ul style="list-style-type: none">• Einführungsfolie (für die erste Stunde)• Kärtchen zur Bestimmung der Teams (für die erste Stunde)• Arbeitsaufträge „Stationenbetrieb Vierecke und Dreiecke“ (für die erste Stunde)• Präsentationen und/oder Plakate, die von den Schüler*innen entwickelt wurden (für die zweite Stunde)
Ziele	<p>Die Schüler*innen ...</p> <ul style="list-style-type: none">• können die grundlegenden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken nennen• können die Unterschiede zwischen Dreiecken und Vierecken nennen• können die Eigenschaften besonderer Dreiecke (rechtwinkelig, gleichschenkelig, gleichseitig) und besonderer Vierecke (Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Rhombus, Deltoid, Trapez) nennen• können Dreiecke und Vierecke in Abbildungen realer Situationen finden• können mit anderen Schüler*innen zusammenarbeiten, um gemeinsam Aufgaben zu lösen
Bemerkungen zum Arbeiten mit Schüler*innen mit Migrationshintergrund	<ul style="list-style-type: none">• Schüler*innen (mit und ohne Migrationshintergrund) können Bilder von Stationen ihres Lebens mitbringen, in denen die Klasse dann Dreiecke und Vierecke finden soll

Unterrichtsplanung

Erste Unterrichtseinheit (50 Minuten):

Zeit	Sozialform	Inhalt und Anmerkung
ca. 5 min	Frontalunterricht und Lehrer-Schüler-Gespräch	Begrüßung und Einführung in das Thema: Den Schülern und Schülerinnen werden verschiedene Bilder aus dem Alltag gezeigt. (siehe Anhang). Sie sollen das Thema der kommenden Stunden erraten.
ca. 10 min	Lehrer-Schüler-Gespräch	Brainstorming: Frage an die Schüler und Schülerinnen: "Welche Vierecke/Dreiecke kennt ihr?" Schüler können zum Beispiel selbst zur Tafel kommen, den Namen eines beliebigen Vierecks nennen und eine Skizze davon an die Tafel machen.
ca. 25 min (7 x 3 min + Wechselzeit)	Stationenbetrieb in Gruppenarbeit	Vorbereitung: <ul style="list-style-type: none">- Die Schüler und Schülerinnen bilden 6 Teams.- Es werden 6 Tische in der Klasse verteilt.- Auf den Tischen werden verschiedene Arbeitsaufträge aufgelegt. Aufgabe der Schüler und Schülerinnen jeweils in Paarbeit: <ul style="list-style-type: none">- Bearbeitung der am Arbeitsblatt gestellten Fragen- Ergebnisse sollen darauf schriftlich festgehalten werden
5 min	Arbeitsauftrag / HÜ	Jedes Schüler-Team bekommt einen Arbeitsauftrag: Zunächst müssen sie aber ein Viereck bzw. Dreieck aus einem Sack/Kiste/... ziehen. Vorhanden sind: <ul style="list-style-type: none">• Rechteck und Quadrat• Parallelogramm• Rhombus/Raute• Deltoid• Trapez• rechtwinkliges Dreieck• gleichseitiges und gleichschenkliges Dreieck Der Arbeitsauftrag lautet: <i>Recherchiert alle wichtigen Details zu dem von euch gezogenen Viereck bzw. Dreieck, wie zum Beispiel:</i> <ul style="list-style-type: none">- Was macht es besonders? Gibt es Besonderheiten in Bezug auf: Seitenlängen, Winkel, Parallelität, Symmetrie ...- Welche wichtigen Formeln gelten in diesem Viereck bzw. Dreieck?- Erklärt die Berechnung von Flächeninhalt und Dreieck?- Ist es mit anderen Vierecken/Dreiecken verwandt? Was haben sie gemeinsam? Die Schüler und Schülerinnen sollen dazu in der kommenden Unterrichtseinheit im Team eine kleine 5 min-Präsentation halten. Wünschenswert mit einem Plakat oder Präsentation (eigener Wahl). Außerdem soll jeder Schüler und jede Schülerin ein Handout mit allen wichtigen Informationen darauf erhalten (erstellt von den einzelnen Teams).
5 min	Austausch / Lehrer-Schüler-Gespräch	Austausch und Fragen: Die Schüler und Schülerinnen können noch offene Fragen zum Stationenbetrieb oder auch dem Arbeitsauftrag stellen.

Zweite Unterrichtseinheit (50 Minuten):

Zeit	Sozialform	Inhalt und Anmerkung
ca. 5 min	Frontalunterricht	Begrüßung der Schüler und Schülerinnen und Einteilung der Präsentationsreihenfolge.
ca. 35 min	Schüler-Präsentationen	Die Schüler präsentieren ihre ausgearbeiteten Arbeiten in folgender Reihenfolge: <ul style="list-style-type: none">• Team "Rechteck und Quadrat"• Team "Parallelogramm"• Team "Rhombus/Raute"• Team "Deltoid"• Team "Trapez"• Team "rechtwinkliges Dreieck"• Team "gleichseitiges und gleichschenkliges Dreieck"
ca. 10 min	Lehrer-Schüler-Gespräch	Gemeinsam werden alle wichtigen Formen noch einmal wiederholt und zusammengefasst.

Einführungsfolie



Kärtchen zur Bestimmung der Teams



Rechteck und Quadrat	Parallelogramm und Rhombus
Deltoid	Trapez
rechtwinkliges Dreieck	gleichseitiges und gleichschenkliges Dreieck

Arbeitsaufträge für Stationenbetrieb

(für Lehrperson)

Beschreibung der Stationen		
Station	Vorbereitung und Material	Beschreibung und Aufgabenstellung
Station 1: Eigenschaften von Vierecken	Es werden Karten mit verschiedenen abgebildeten Vierecken aufgelegt.	Die Schüler und Schülerinnen sollen gemeinsam die Eigenschaften der abgebildeten Vierecke beschreiben und besprechen.
Station 2: Vierecke klassifizieren	Es werden Karten mit verschiedenen abgebildeten Vierecken aufgelegt.	Die Schüler und Schülerinnen sollen die abgebildeten Vierecke klassifizieren, z.B.: Ist ein Quadrat ein Rechteck? Warum, warum nicht?
Station 3: Vierecke konstruieren	Zeichenpapier, Lineal und Zirkel wird am Tisch zur Verfügung gestellt.	Die Schüler und Schülerinnen sollen verschiedene Vierecke zeichnen und die Eigenschaften, wie Längen und Winkel messen.
Station 4: Rätsel	- siehe Arbeitsblatt -	Den Schülern und Schülerinnen werden mathematische Rätsel zum Thema Vierecke und Dreiecke gestellt. Die Schüler sollen das Rätsel lösen.
Station 5: Dreiecke konstruieren	Zeichenpapier, Lineal und Zirkel wird am Tisch zur Verfügung gestellt.	Die Schüler und Schülerinnen sollen verschiedene Dreiecke zeichnen und die Eigenschaften, wie Längen und Winkel messen.
Station 6: ähnliche Dreiecke	Es werden Karten mit verschiedenen abgebildeten Dreiecken aufgelegt.	Die Schüler und Schülerinnen untersuchen die verschiedenen Zeichnungen von Dreiecken und identifizieren Paare von Dreiecken. Sie sollen Kriterien festlegen, um zu erkennen, ob zwei Dreiecke ähnlich sind.

Arbeitsaufträge für Stationenbetrieb

(für Schüler*innen; auf 6 Tische verteilen, ein Arbeitsauftrag pro Tisch)



STATION 1: Eigenschaften von Vierecken

Aufgabenstellung:

Beschreibt die Eigenschaften der abgebildeten Vierecke und besprecht sie gemeinsam im Team. Erwähnt dabei die Anzahl der Seiten, Winkel, Seitenlängen und mögliche Symmetrien genauso wie die Parallelität von Seiten.



STATION 2: Vierecke klassifizieren

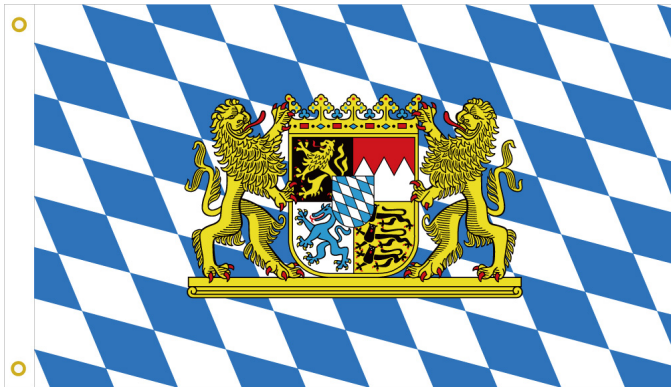


Aufgabenstellung:

Versucht die abgebildeten Vierecke zu klassifizieren und beantwortet die folgenden Fragen:

- Ist jedes Quadrat auch ein Rechteck?
- Ist ein Rhombus auch ein Parallelogramm?
- Ist jedes Viereck ein Deltoid?
- Ist ein Quadrat auch eine Raute?
- Ist ein Parallelogramm auch ein Rechteck?
- Ist jede Raute ein Rhombus?

Könnt ihr noch weitere Zusammenhänge bzw. Klassifizierungen finden?

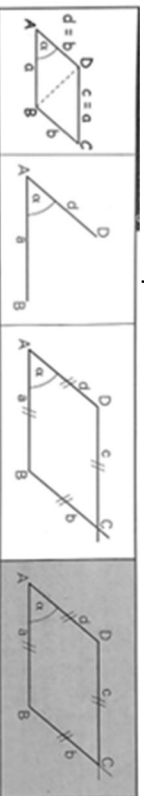


Konstruktion eines Parallelogramms bzw. einer Raute

(siehe Expedition Mathematik 2, p 239-240)

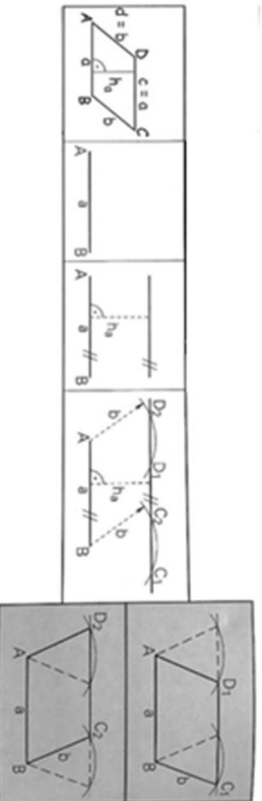
Gegeben: a, b, α

1. Seite a zeichnen
2. Winkel α am Endpunkt A einzeichnen
3. Seite b abschlagen/abmessen (man erhält Eckpunkt D)
4. Parallelseiten c durch Parallelverschiebung von a erstellen
5. Parallelseiten b durch Parallelverschiebung von d erstellen
6. Man erhält Eckpunkt C



Gegeben: a, h_a, α

1. Seite a zeichnen
2. Höhe h_a (normal zu a) in gegebener Länge ergänzen
3. Parallele Gerade zur Seite a durch Parallelverschiebung zeichnen
4. Seite b in den Zirkel einspannen
5. Mit dem Zirkel in A und B einstechen und Seite b abschlagen (man erhält 2 Lösungen)



Konstruktion eines Trapezes

(siehe Expedition Mathematik 2, p 246)

Gegeben: a, c, d, α

1. Seite a zeichnen
2. Winkel α am Endpunkt A einzeichnen
3. Seite d abschlagen/abmessen (man erhält Eckpunkt D)
4. Parallelseiten c durch Parallelverschiebung (von a) in gegebener Länge erstellen (man erhält Eckpunkt C)
5. Eckpunkte C und B verbinden



Konstruktion eines Deltoids

(siehe Expedition Mathematik 2, p 246)

Gegeben: a, b, e

1. Diagonale e zeichnen
2. Seite a in den Zirkel einspannen (in A einstechen) und zweimal abschlagen
3. Seite b in den Zirkel einspannen (in C einstechen) und zweimal abschlagen
4. Man erhält Eckpunkte B und D
5. Eckpunkte zu einem Deltoid verbinden



STATION 3: Vierecke konstruieren

Aufgabenstellung:

Versucht mit Hilfe der beigelegten Anleitung verschiedene Vierecke zu zeichnen.

Parallelogramm: $a = 5 \text{ cm} / b = 3 \text{ cm} / \alpha = 45^\circ$

STATION 4: Rätsel

**Aufgabenstellung:**

Versucht gemeinsam im Team folgende Rätsel und lösen. Von welchen Figuren ist in folgenden Aussagen die Rede? Kann es manchmal auch mehrere Antworten geben?

FIGUR 1: Ein Rechteck mit gleich langen Seiten.

FIGUR 2: Ein besonderes Parallelogramm mit gleich langen Seiten.

FIGUR 3: Gegenüberliegende Seiten sind parallel!

FIGUR 4: Es hat drei Ecken und zwei gleich lange Seiten.

FIGUR 5: Es hat drei Seiten und einen rechten Winkel.

FIGUR 6: Hier stehen die Diagonalen normal aufeinander.

FIGUR 7: Mindestens zwei Seiten sind parallel.

FIGUR 8: In diesem Parallelogramm stehen benachbarte Seiten parallel aufeinander.

FIGUR 9: Alle drei Seiten sind gleich lang.

FIGUR 10: Mindestens eine Diagonale wird von der anderen Diagonale halbiert.

FIGUR 11: Zwei Paar parallele Seiten.


Aufgabenstellung:

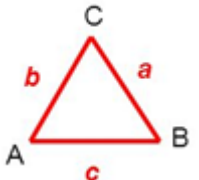
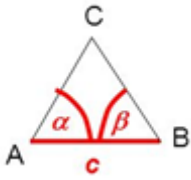
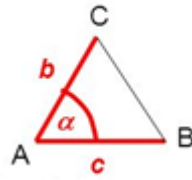
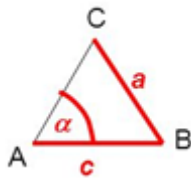
Versucht mit Hilfe der beigelegten Anleitung verschiedene Dreiecke zu zeichnen. Ihr dürft dazu alle hier vorhandenen Hilfsmittel verwenden.

Dreieck 1: $a = 6 \text{ cm} / b = 7 \text{ cm} / c = 8 \text{ cm}$

Dreieck 2: $c = 35 \text{ mm} / b = 43 \text{ mm} / \alpha = 55^\circ$

Dreieck 3: $c = 42 \text{ mm} / \alpha = 40^\circ / \beta = 70^\circ$

Dreieck 4: $c = 30 \text{ mm} / b = 36 \text{ mm} / \beta = 45^\circ$

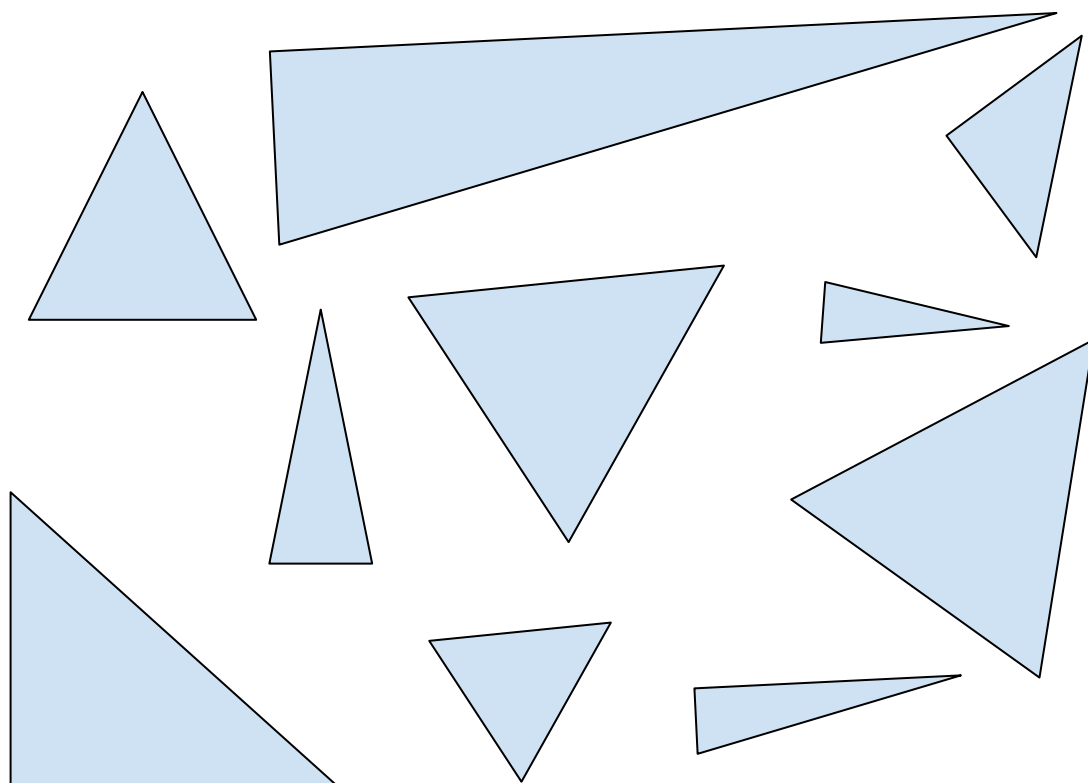
Fall: sss	Fall: wsW	Fall: sWs	Fall: Ssw
geg: $c = 5 \text{ cm}$ $a = 6 \text{ cm}$ $b = 6 \text{ cm}$ 	geg: $c = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $\beta = 70^\circ$ 	geg: $c = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $b = 6.5 \text{ cm}$ 	geg: $c = 5 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$ $a = 7 \text{ cm}$ 
Konstruktion: - Grundseite c zeichnen und bezeichnen. - Kreisbogen mit Zirkelspanne der Seite b von A aus zeichnen. - Kreisbogen mit Zirkelspanne der Seite a von B aus zeichnen.	Konstruktion: - Grundseite c zeichnen und bezeichnen. - Winkel α im Punkt A antragen. - Winkel β im Punkt B antragen.	Konstruktion: - Grundseite c zeichnen und bezeichnen. - Winkel α im Punkt A antragen. - Kreisbogen mit Zirkelspanne der Seite b von A aus zeichnen.	Konstruktion: - Grundseite c zeichnen und bezeichnen. - Winkel α im Punkt A antragen.

STATION 6: Ähnliche Dreiecke



Aufgabenstellung:

Versucht, gemeinsam hier abgebildete Paare zu identifizieren. Gibt es Dreiecke, die ähnlich sind? Stellt gemeinsam Kriterien auf, welche dir dabei helfen, dies zu erkennen!



2. Interviewanalyse

Die Lehrerin, die diese Einheit unterrichtet, hat 11 Jahre Lehrerfahrung. Ihr zweites Fach ist Geschichte. Sie hat im Jahr 2022 an einem Sensibilisierungsworkshop über das Unterrichten in multikulturellen Klassen teilgenommen.

Der Lehrerin gefiel die Idee, Alltagsgegenstände zur Einführung in das Thema zu verwenden. Sie erwähnte, dass sie ähnliche Einführungen für andere Themen ausprobiert habe, dass es aber manchmal schwierig sei, geeignete Inhalte aus dem wirklichen Leben zu finden. Sie äußerte sich auch positiv über die große Vielfalt an Gegenständen aus dem wirklichen Leben. Beim Unterrichten dieser Einheit fügte sie die Aufgabe hinzu, „sich im Klassenzimmer nach weiteren Vierecken/Dreiecken umzusehen“.

Die Lehrerin äußerte sich sehr positiv über die Idee des Stationenbetriebs. Sie kannte das Konzept (aus einem Kurs über Montessori-Materialien), hat es aber noch nie in ihrem eigenen Unterricht ausprobiert. Sie sagte, sie sei sich anfangs nicht sicher gewesen, ob der Stationenbetrieb mit 13-Jährigen funktionieren würde (im Montessori-Kurs hatten sie nur Materialien für die Volksschule behandelt, d. h. für 6- bis 10-Jährige), war aber positiv überrascht, wie begeistert die Schüler*innen diese Methode angenommen haben. Sie sagte, die Schüler*innen arbeiteten intensiv an den Stationen, und es war „schwer, sie dazu zu bringen, aufzuhören und zur nächsten Station zu gehen“.

Die Lehrerin sagte, sie sei sich auch nicht sicher, wie gut die zugewiesene Hausübung funktionieren würde. Insbesondere war sie sich nicht sicher, ob die Anweisungen in den Materialien für die Schüler*innen ausreichend waren, um die zugewiesene Aufgabe auszuführen. Es stellte sich heraus, dass der schwierigste Teil der (in Teams zu erledigenden) Hausübung die Organisation der Teamarbeit außerhalb des Klassenzimmers war. Die Schülerinnen und Schüler sind es nicht gewohnt, Hausaufgaben in Teams zu erledigen, und nur ein Team war in der Lage, dies richtig zu organisieren. Die anderen Teams verteilten die Arbeit, bevor sie die Schule an diesem Tag verließen, und arbeiteten dann unabhängig voneinander. Anschließend hielten sie Einzelpräsentationen über ihren Teil der Arbeit und machten keine Teampräsentation als solche. Die Lehrerin empfahl, diesen Arbeitsauftrag zu ändern.

3. Verbesserungsvorschläge

Die Lehrerin schlug zwei Verbesserungen für die Einheit vor:

Zunächst würde sie vorschlagen, den Schüler*innen die Aufgabe zu stellen, in die erste Stunde „ein kleines Stück Stoff, ein Stück Papier, oder irgendeinen Gegenstand, der geometrische Muster enthält, mit in den Unterricht zu bringen“. Diese Gegenstände können dann dazu verwendet werden, weitere Vierecke und Dreiecke zu finden.

Die zweite Anregung bezog sich auf die Hausübung am Ende der ersten Unterrichtsstunde. Die Lehrkraft empfahl, dass diese entweder in Einzelarbeit umgewandelt werden sollte (jede*r Schüler*in könnte z. B. nur bestimmte Aspekte der von ihm/ihr gezeichneten geometrischen Figur behandeln), oder sie sollte in eine Teamaktivität umgewandelt werden, die in der zweiten Unterrichtsstunde im Klassenzimmer stattfindet (und dann eine weitere Unterrichtsstunde, in der die Teams ihre Ergebnisse präsentieren können).