



Fallstudie 05

Grundlegende Daten

Titel der Unterrichtseinheit	Muster und geometrische Transformationen in der Ebene
Einheit entwickelt von	BORG Deutsch-Wagram (AT)
Basierend auf dem Konzept	Isometrien in der Ebene
Konzept entwickelt von	Fondazione A.R.E.A. (IT)
Unterrichtsdatum	21.03.2024
Anzahl der Schüler*innen	20
Anzahl der Schüler*innen mit Migrationshintergrund	14

1. Beschreibung der Unterrichtseinheit

Titel	Muster und geometrische Transformationen in der Ebene
Alter der Schüler*innen	10/11 Jahre
Dauer der Einheit	2 x 50 Minuten
Mathematisches Thema	Achsensymmetrie und Punktsymmetrie
Vorwissen der Schüler*innen	<ul style="list-style-type: none">• Grundlegende geometrische Konzepte• Elementargeometrische Figuren
Benötigte Materialien	<ul style="list-style-type: none">• Merkblatt 1 (für die erste Unterrichtseinheit)• Aufgabenblatt 1 (für die erste Unterrichtseinheit)• Merkblatt 2 (für die zweite Unterrichtseinheit)• Aufgabenblatt 2 (für die zweite Unterrichtseinheit)
Ziele	Die Schüler*innen ... <ul style="list-style-type: none">• kennen die Konzepte der Achsensymmetrie und der Punktsymmetrie• kennen die Definition einer Streckensymmetrale• können Achsen- und Punktsymmetrien in gegebenen Figuren und Objekten erkennen• können Figuren, von denen nur ein Teil gegeben ist, durch das Anwenden von Achsen- oder Punktsymmetrie ergänzen• können bei einer gegebenen Strecke eine Streckensymmetrale konstruieren
Bemerkungen zum Arbeiten mit Schüler*innen mit Migrationshintergrund	<ul style="list-style-type: none">• In Aufgabe 4 werden Schüler*innen aufgefordert, die Flagge ihres Geburtslandes oder des Herkunftslandes ihrer Familie zu zeichnen. Schüler*innen, die sich selbst als „ohne Migrationshintergrund“ bezeichnen, können zB die Flagge eines Landes zeichnen, in welchem ein Familienmitglied lebt oder gelebt hat.

Unterrichtsplanung

Erste Unterrichtseinheit (50 Minuten):

Zeit	Inhalt und Anmerkungen	Sozialform
10 Minuten	Einführung der Begriffe „Achsensymmetrie und Punktsymmetrie“ (siehe Merkblatt 1)	Erklärungen durch den Lehrer an der Tafel; Schüler-Lehrer-Gespräch; Übertrag ins Heft
20 Minuten	Lösen von Aufgaben (siehe Aufgabe 1 und Aufgabe 2)	Partnerarbeit
10 Minuten	Selbstständiges Erstellen von symmetrischen Figuren (siehe Aufgabe 3)	Erarbeitung in Kleingruppen, Lehrer geht durch Klasse und überprüft die Ergebnisse
10 Minuten	Transfer der neuen Begriffe in reale Kontexte (siehe Aufgabe 4)	Erarbeitung zunächst in Kleingruppen, anschließende Präsentation der Ergebnisse im Plenum

Hausübung:

Teil der Aufgabe 5: „Erforsche zuhause die Küche und finde Küchengeräte bzw. Koch-/Backutensilien, die eine oder mehrere Symmetrieachsen aufweisen. Überlege, ob es sich um eine Achsensymmetrie oder Punktsymmetrie handelt“
→ Skizziere deine Ergebnisse auf einem Blatt Papier!

Zweite Unterrichtseinheit (50 Minuten):

Zeit	Inhalt und Anmerkungen	Sozialform
10 Minuten	Motivation fördern und Alltagsbezug herstellen (siehe Aufgabe 5 „Backe, backe Kekse“)	Erarbeitung in Kleingruppen, Lehrer geht durch Klasse und überprüft die Ergebnisse
15 Minuten	Erstellen von achsensymmetrischen Wörtern und Palindromen (siehe Aufgabe 6)	Erarbeitung zunächst in Kleingruppen, anschließende Präsentation der Ergebnisse im Plenum
10 Minuten	Einführung des Begriffes der Streckensymmetrale, Konstruktion (siehe Merkblatt 2)	Erklärungen durch den Lehrer an der Tafel; Schüler-Lehrer-Gespräch; Übertrag ins Heft
15 Minuten	Lösen von Aufgaben (siehe Aufgabe 7)	Jeweils ein Schüler darf an der Tafel konstruieren; Schüler-Lehrer-Gespräch; Übertrag ins Heft

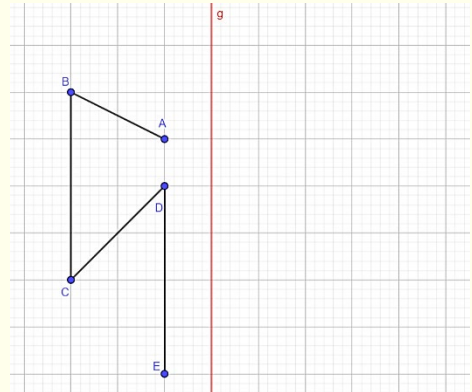
MERKE:

- **Achsensymmetrie:**

Figuren, die durch Spiegelungen an einer geraden Linie mit sich selbst zur Deckung gebracht werden können, nennt man achsensymmetrisch. Die gerade Linie ist die Symmetrieachse.

Beispiel:

Konstruiere mit Hilfe eines Geodreieckes an der Geraden g (Symmetrieachse) ein Spiegelbild des gezeichneten Musters und benenne die Eckpunkte mit A' , B' , usw.



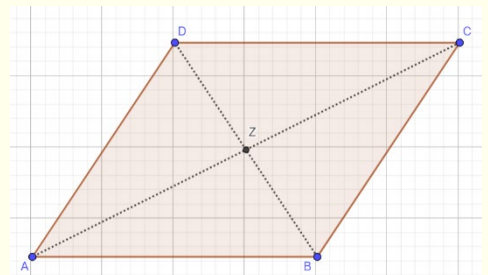
- **Punktsymmetrie:**

Ist eine Figur nicht bezüglich einer Achse, sondern bezüglich eines Punktes symmetrisch, spricht man von Punktsymmetrie. Figuren, die durch Spiegelung an einem Punkt mit sich selbst zur Deckung gebracht werden können, nennt man punktsymmetrisch.

Eine punktsymmetrische Figur besitzt ein Symmetriezentrum, um das die Figur um 180° gedreht werden kann. Die gedrehte Figur ist deckungsgleich mit der Figur in der Ausgangsposition.

Beispiel: Parallelogramm

(dabei ist der Punkt Z das Symmetriezentrum; die Punkte A und C , sowie B und D sind symmetrisch bezüglich des Punktes Z ; ebenso sind alle weiteren Punkte des Parallelogramms symmetrisch bezüglich des Punktes Z)



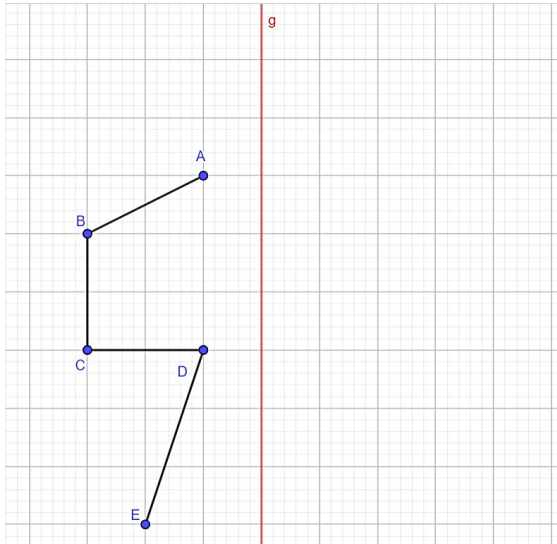
Speziell: Jeder Kreis ist punkt- und drehsymmetrisch mit seinem Mittelpunkt als Symmetrie- und Drehzentrum. Jede Gerade durch den Mittelpunkt des Kreises ist Symmetrieachse, somit besitzt ein Kreis unendlich viele Symmetrieachsen.

Aufgabenblatt 1

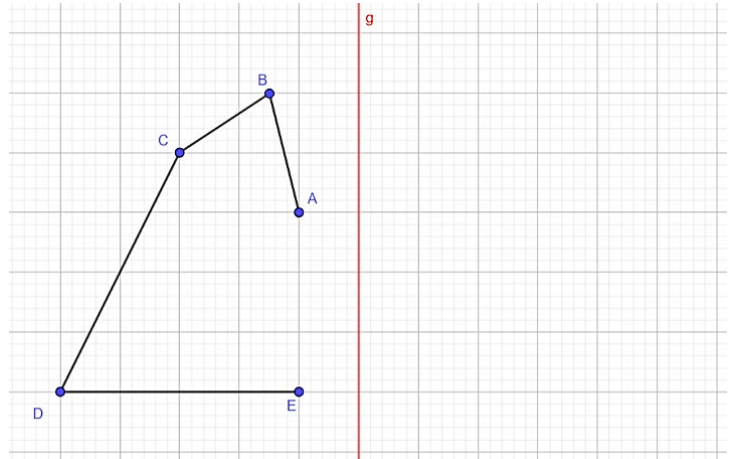
Aufgabe 1 (Partnerarbeit):

- Ergänze jedes Bild zu einer achsensymmetrischen Figur. Spiegle dabei an der roten Achse und beschrifte die neuen Punkte mit A' , B' , usw.!
- Schneide die vierte Figur nach der Spiegelung aus und überprüfe durch Falten, ob sie tatsächlich symmetrisch ist. Überlege, welche Rolle dabei die Faltlinie spielt!

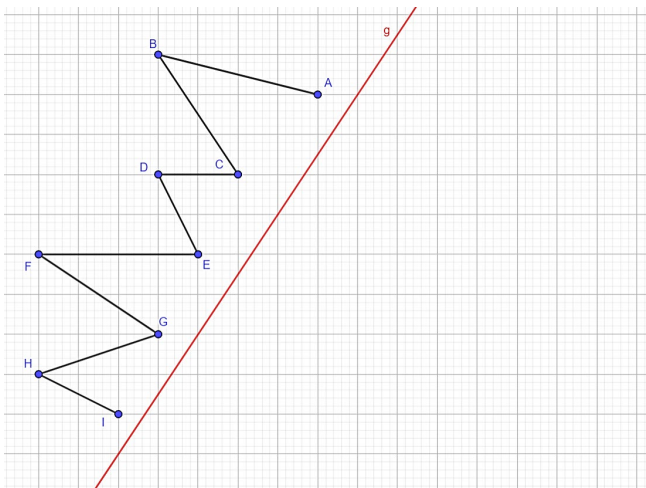
a)



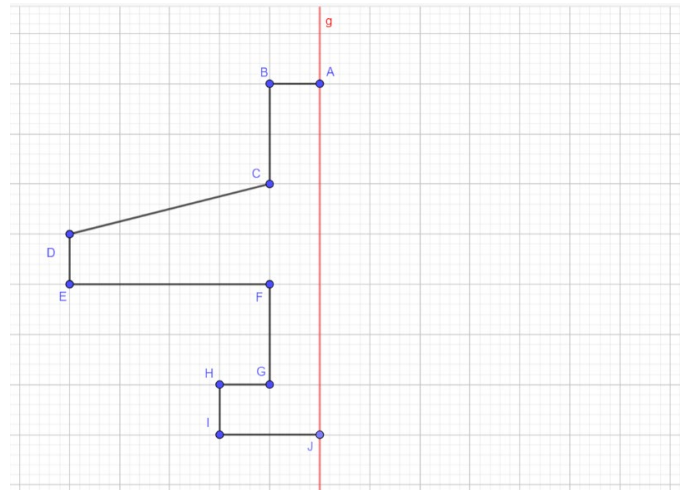
b)



c)



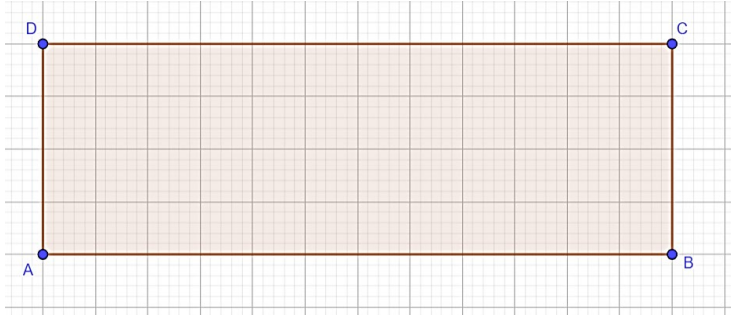
d)



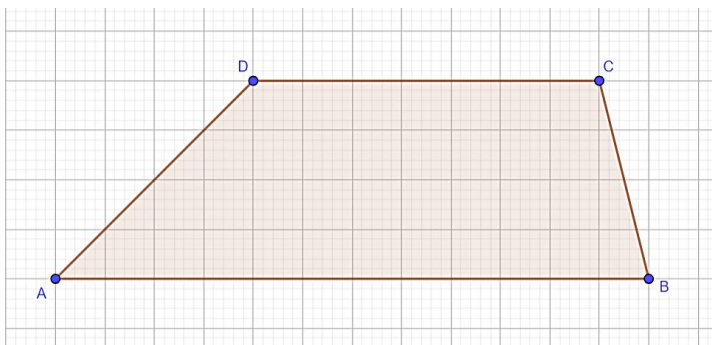
Aufgabe 2 (Partnerarbeit):

Überlege, ob die Figuren punktsymmetrisch sind und zeichne gegebenenfalls das Symmetriezentrum (S) ein.

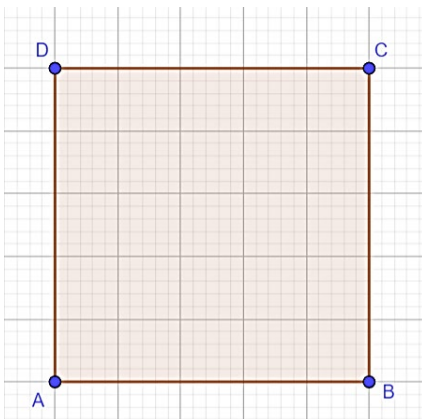
a)



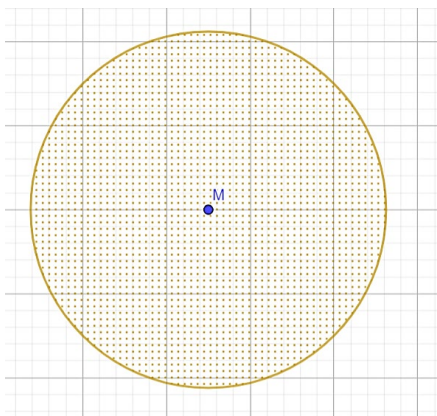
b)



c)



d)



Aufgabe 3 (in Kleingruppen):

- a) Zeichnet drei geometrische Figuren, die nur eine Symmetrieachse besitzen!
- b) Zeichnet drei geometrische Figuren, die jeweils mehrere Symmetrieachsen besitzen!

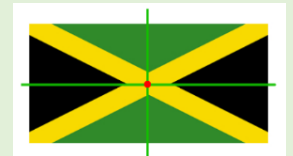
Aufgabe 4 (zuerst in Kleingruppen, dann in der ganzen Klasse):

Skizziere die Flagge deines Geburtslandes auf ein Blatt Papier und überlege, ob sie achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch ist. Liegt eine Achsensymmetrie vor, so zeichne alle Symmetrieachsen in die Flagge ein. Sammelt im Anschluss in der gesamten Klasse so viele unterschiedliche Flaggen wie möglich, zeichnet sie farbig jeweils auf ein A4-Blatt und zeichnet die Symmetrieachsen ein. Bittet die Lehrkraft, alle gesammelten Flaggen in der Klasse (z.B. auf einer Pinnwand) sichtbar zu platzieren.

Hinweis: Gibt es in einer Gruppe nur eine einzige Flagge im Hinblick auf das Geburtsland, so sollen die Schüler die Flagge eines bereits besuchten Landes wählen!

Beispiel:

Die jamaikanische Flagge ist achsensymmetrisch mit zwei Symmetrieachsen. Sie ist außerdem punktsymmetrisch.



Merkblatt 2

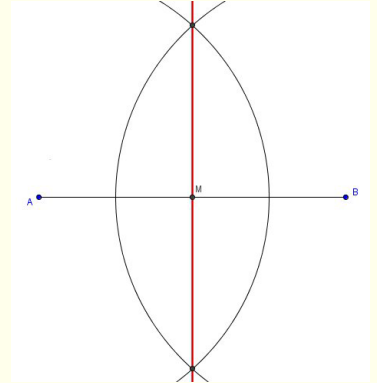
MERKE: Streckensymmetrale

Die Streckensymmetrale halbiert die Strecke AB und steht normal auf die Strecke AB. Alle Punkte auf der Streckensymmetrale sind von den Punkten A und B gleich weit entfernt.

Konstruktion:

Die Punkte A und B werden mit einer Strecke verbunden.
Um die Punkte A und B wird jeweils mit dem Zirkel ein Kreisbogen gezogen, dessen Radius in beiden Fällen derselbe und größer als die Hälfte der Streckenlänge sein muss.
Durch die Schnittpunkte der beiden Kreisbögen verläuft dann die Streckensymmetrale.

Die Streckensymmetrale ist gleichzeitig die Symmetrieachse von AB.



Aufgabenblatt 2

Aufgabe 5: „Backe backe Kekse“ (Kleingruppen)

- a) Welche dieser Keks-Ausstecher haben Symmetrieachsen, welche nicht? Liegt eine Symmetrieachse vor, so zeichne diese farbig ein! Gibt es Keks-Ausstecher, die punktsymmetrisch sind? Wenn ja, welche?



- b) Erforsche zuhause die Küche und finde Küchengeräte bzw. Koch-/Backutensilien, die eine oder mehrere Symmetrieachsen aufweisen. Überlege, ob es sich um eine Achsensymmetrie oder Punktsymmetrie handelt! Diskutiere darüber in der Kleingruppe!
- c) Jeder Schüler darf sein Lieblingsrezept zum Kekse backen in die Schule mitbringen und in seiner Kleingruppe verteilen. Motivierte Schüler dürfen in der nächsten Mathematikstunde selbst gebackene Kekse mit symmetrischen Figuren in den Unterricht mitbringen und verteilen.

Aufgabe 6 (zuerst in Kleingruppen, dann in der ganzen Klasse):

- a) Es gibt Wörter, die achsensymmetrisch geschrieben sind, wie z.B. OTTO oder EBBE.

Jeder Schüler der Gruppe überlegt sich zwei achsensymmetrische Wörter in seiner Muttersprache. Dazu darf auch das Internet verwendet werden!

Bei der anschließenden Erklärung in der Gruppe soll das Wort auch in deutscher Sprache übersetzt/erklärt werden.

Beispiel:

EBBE (symmetrisches Wort in deutscher Muttersprache):

regelmäßig wiederkehrendes Fallen des Meeresspiegels, das durch den Rückgang des Meeres sichtbar wird

- b) Es gibt Wörter, die rückwärts gelesen ein anderes sinnvolles Wort ergeben (Palindrome), wie z.B. Regal – Lager.

Jeder Schüler der Gruppe überlegt sich zwei Palindrome in seiner Muttersprache. Dazu darf auch das Internet verwendet werden!

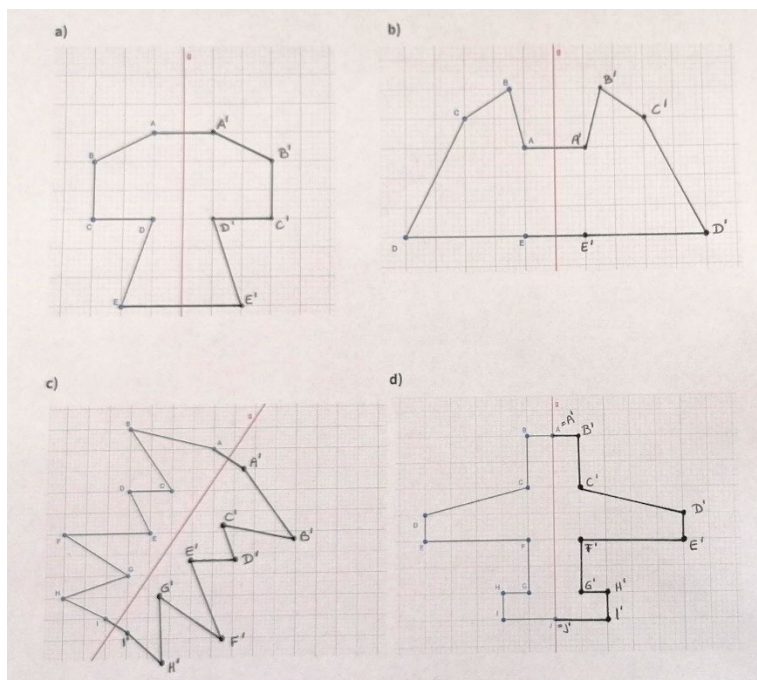
Bei der anschließenden Erklärung in der Gruppe soll das Wort auch in deutscher Sprache übersetzt/erklärt werden.

Aufgabe 7:

- a) Konstruiere die Streckensymmetrale, wenn $A = (0|7)$ und $B = (6|4)$ ist.
- b) Gegeben sind die Punkte $C = (2|5)$ und $D = (12|7)$. Gib die Koordinaten des Mittelpunkts M der Strecke CD an. Teile dann die Strecke CD mit Hilfe von Streckensymmetralen in vier gleich lange Teile!

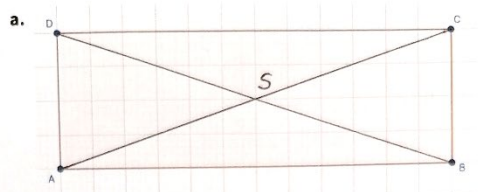
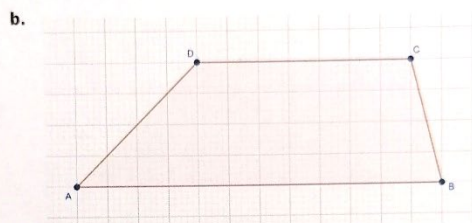
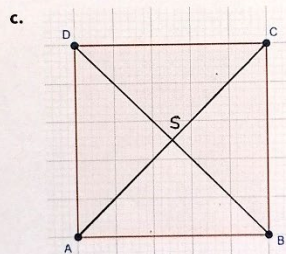
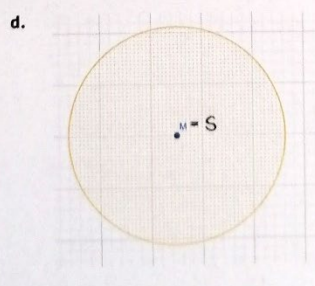
Lösungen

Aufgabe 1:



Aufgabe 2:

Die Figuren a) c) und d) sind punktsymmetrisch.



Aufgabe 5:

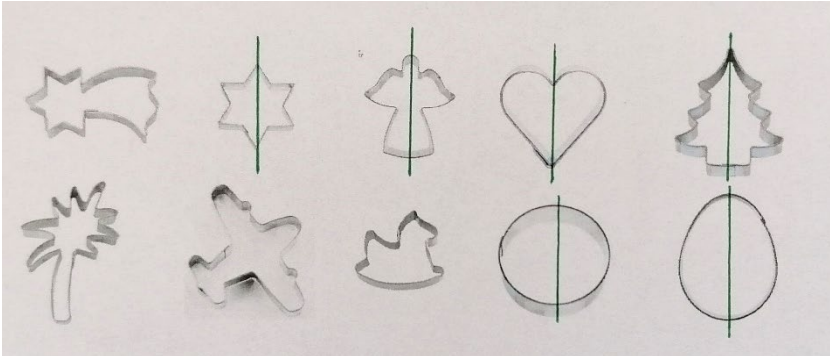
a)

Folgende Ausstecher haben eine Symmetrieachse:

Stern, Engel, Herz, Tannenbaum, Kreis, Ei

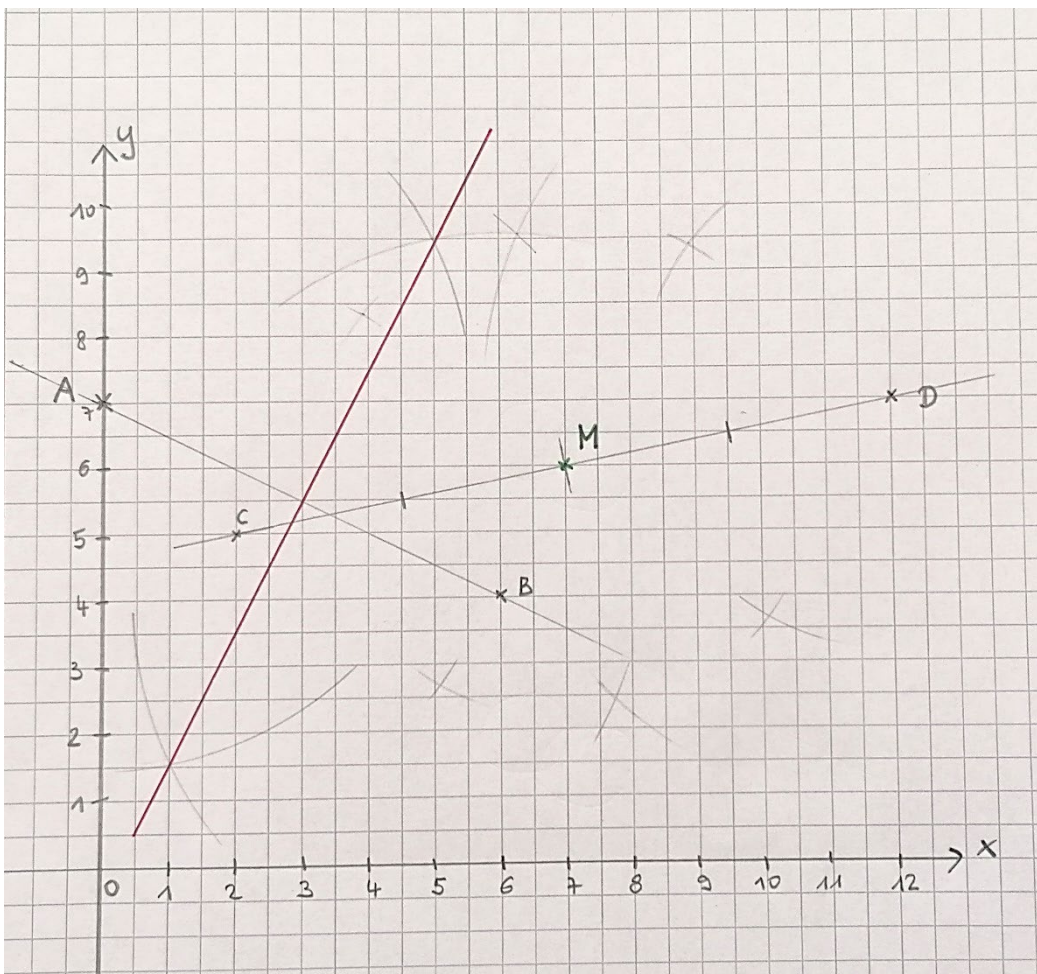
Folgende Ausstecher sind (auch) punktsymmetrisch:

Stern, Kreis



Aufgabe 7:

Der Mittelpunkt hat die Koordinaten $M = (7|6)$



2. Interviewanalyse

Die Lehrerin, die diese Einheit unterrichtet, hat 11 Jahre Lehrerfahrung. Ihr zweites Fach ist Geschichte. Sie hat im Jahr 2022 an einem Sensibilisierungsworkshop über das Unterrichten in multikulturellen Klassen teilgenommen.

Die Lehrerin bemerkte, dass die Einführung der Achsen- und Punktsymmetrie sehr ähnlich zu jener ist, die sie selbst in früheren Unterrichtsstunden gemacht hat. Sie sagte, dass die Achsensymmetrie für die Schüler*innen ein bekanntes Konzept ist, auch wenn sie die formale Definition und die Eigenschaften nicht kennen. Punktsymmetrie ist schwieriger zu verstehen, da die Schüler*innen damit in ihrem täglichen Leben nicht in Berührung kommen. Sie empfahl, GeoGebra als Ergänzung zum Zeichnen an der Tafel zu verwenden.

Die Lehrerin mochte Aufgabe 3, weil „sie die Schüler*innen zum Nachdenken anregte, sie ist in gewisser Weise eine Umkehraufgabe“. Die meisten Aufgaben, die sie bisher verwendet hat, waren wie Aufgaben 1 und 2 (eine Figur vervollständigen, Symmetrie in einer gegebenen Figur finden), während Aufgabe 3 die Schüler*innen aufforderte, ihre eigenen Figuren zu finden.

Die Lehrerin äußerte sich besonders positiv zu Aufgabe 4. „Die Arbeit mit den Flaggen war eine gute Idee und die Verwendung der eigenen Flaggen ist toll.“ Sie sagte, dass die Schüler*innen manchmal nicht gerne über ihre Herkunftsländer sprechen, aber das Thema der Flaggen ermöglichte es ihnen, einen Kontext in den Unterricht einzubringen und Dinge beizutragen, die andere Schüler*innen nicht wissen würden, ohne aber dabei die politischen oder wirtschaftlichen Themen diskutieren zu müssen, die oft aufkommen, wenn ihre Herkunftsländer erwähnt werden.

Die Lehrerin mochte auch Aufgabe 5 und bemerkte, wie begeistert die Schüler*innen die Idee aufnahmen, Kochutensilien mit in den Unterricht zu bringen. Fast alle brachten etwas mit, ein Bursche brachte eine große Sammlung von Keksausstechern mit, und ein Mädchen brachte verschiedene Kuchendekorationen mit. Die Schüler*innen arbeiteten länger als die vorgesehene Zeit an dieser Aufgabe, und die Lehrerin beschloss, ihnen diese zusätzliche Zeit zu geben.

Die Lehrerin stufte Aufgabe 6 als schwierig ein. Während der Stunde stellte sich heraus, dass es für die Schüler*innen schwierig war, „symmetrische Wörter“ in irgendeiner Sprache zu finden. Obwohl ihnen die Idee gefiel, waren die Schüler*innen etwas frustriert über ihr Unvermögen, sich solche Wörter auszudenken. Sie schlug vor, dass man für diese Aufgabe mehr Vorbereitungszeit zur Verfügung stellen könnte, und diese Vorarbeit vielleicht als Hausübung aufgeben könnte.

Die Lehrerin ließ Aufgabe 7 aus, da ihr „die Zeit davonlief“. Sie merkte an, dass sie diese Aufgabe ohnehin nicht verwendet hätte, da sie im Vergleich zu den anderen Aktivitäten in der zweiten Unterrichtsstunde „sehr traditionell und abstrakt“ sei.

3. Verbesserungsvorschläge

Die Lehrerin schlug mehrere Verbesserungen für die Einheit vor:

Zunächst schlug sie vor, GeoGebra für die Konstruktionen zu verwenden, zusätzlich zur Tafel und den Schulübungsheften. Sie hielt es für wichtig, dass die Schüler*innen diese Konstruktionen von Hand anfertigen können, wollte ihnen aber auch zeigen, wie sie ihre Ergebnisse mit Hilfe von Technologie überprüfen können.

Der zweite Vorschlag bezog sich auf Aufgabe 6 (symmetrische Wörter). Sie schlug vor, den Schüler*innen einen Teil dieser Aufgabe als Hausaufgabe zu geben (finde symmetrische Wörter in deiner Umgangssprache) und sie dann in der Unterrichtsstunde vorzustellen und zu diskutieren. Auf diese Weise können die Schüler*innen verschiedene Ressourcen nutzen (nicht nur online, sondern auch Familienmitglieder und/oder Freunde befragen). Dies würde auch die nötige Zeit für Aufgabe 6 reduzieren, die ihrer Meinung nach besser für Aufgabe 5 genutzt werden sollte.

Schließlich schlug die Lehrerin vor, entweder Aufgabe 7 zu streichen oder das gesamte Thema der Streckensymmetrale auf die nächste Stunde zu verschieben. Dies wurde aus zwei Gründen vorgeschlagen. Erstens gibt es bereits viele zeitaufwändige Aktivitäten in der zweiten Unterrichtsstunde, und es ist schwierig, genügend Zeit für die ordnungsgemäße Bearbeitung von Aufgabe 7 zu finden. Zweitens war sie der Meinung, dass diese Art von Aufgabe (Konstruktionsaufgabe) nicht zu den übrigen Aktivitäten in dieser Stunde passt.