



Co-funded by
the European Union



Μελέτη περίπτωσης 05

Βασικά δεδομένα

Τίτλος Ερευνητικής Διδακτικής Ενότητας	Μοτίβα και γεωμετρικοί μετασχηματισμοί στο επίπεδο
Ενότητα που δημιουργήθηκε από	BORG Deutsch-Wagram (AT)
Βασισμένο στην ιδέα	Ισομετρίες στο επίπεδο
Η έννοια που δημιουργήθηκε από	Fondazione A.R.E.A. (IT)
Ημερομηνία διδασκαλίας	21.03.2024
Αριθμός μαθητών στην τάξη	20
Αριθμός μεταναστών μαθητών	14

Χρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση. Ωστόσο, οι απόψεις και οι απόψεις που εκφράζονται είναι μόνο των συγγραφέων και δεν αντικατοπτρίζουν απαραίτητα εκείνες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ή της OeAD-GmbH. Ούτε η Ευρωπαϊκή Ένωση ούτε η χορηγούσα αρχή μπορούν να θεωρηθούν υπεύθυνες γι' αυτές.

1. Περιγραφή Ερευνητικής Διδακτικής Ενότητας

Τίτλος	Μοτίβα και γεωμετρικοί μετασχηματισμοί στο επίπεδο
Ηλικία μαθητών/τάξη	10/11 ετών
Διάρκεια της ενότητας	2 x 50 λεπτά
Μαθηματικό θέμα	Μετασχηματισμοί- συμμετρίες ως προς σημείο και ως προς άξονα
Προαπαιτούμενες γνώσεις	<ul style="list-style-type: none">• Βασικές γεωμετρικές έννοιες• Γεωμετρικά σχήματα
Απαιτούμενα υλικά	<ul style="list-style-type: none">• Φύλλο με πληροφορίες 1 (για το μάθημα 1)• Φύλλο εργασίας 1 (για το μάθημα 1)• Φύλλο με πληροφορίες 2 (για το μάθημα 2)• Φύλλο εργασίας 2 (για το μάθημα 2)
Στόχοι	<p>Ο μαθητής να:</p> <ul style="list-style-type: none">• γνωρίζει τις έννοιες της συμμετρίας ως προς άξονα και ως προς σημείο• γνωρίζει την έννοια της μεσοκάθετης• μπορεί να αναγνωρίσει συμμετρία ως προς άξονα και ως προς σημείο σε δεδομένα σχήματα και αντικείμενα• μπορεί να συμπληρώσει μερικώς δοσμένα σχήματα εφαρμόζοντας συμμετρία ως προς άξονα και ως προς σημείο• μπορεί να κατασκευάσει με μεσοκάθετη ενός δεδομένου ευθύγραμμου τμήματος
Σημειώσεις σχετικά με την εργασία με μετανάστες μαθητές	<ul style="list-style-type: none">• Στην εργασία 4, οι μετανάστες μαθητές καλούνται να σχεδιάσουν τη σημαία της χώρας γέννησής τους ή της χώρας καταγωγής της οικογένειάς τους. Οι μαθητές που θεωρούν τους εαυτούς τους μη μετανάστες μαθητές μπορούν π.χ. να ζωγραφίσουν τη σημαία μιας χώρας όπου ζουν ή ζούσαν μέλη της οικογένειάς τους.

Σχέδιο μαθήματος:

Μάθημα 1 (50 λεπτά)

Ώρα	Μέθοδος	Περιεχόμενο και σχόλια
περίπου 10 λεπτά	Παρουσίαση και επικοινωνία Δάσκαλου -μαθητή	Ο/η εκπαιδευτικός εισάγει τις έννοιες της συμμετρίας ως προς άξονα και ως προς σημείο (φύλλο πληροφοριών 1). Οι μαθητές μπορούν να κάνουν ερωτήσεις και είτε να αντιγράψουν τους ορισμούς στο σημειωματάριό τους είτε να επωφεληθούν από το φύλλο πληροφοριών 1.
περίπου 20 λεπτά	Ομαδοσυνεργατική	Οι μαθητές εργάζονται σε ζευγάρια στις εργασίες 1 και 2.
περίπου 10 λεπτά	Ομαδοσυνεργατική	Οι μαθητές εργάζονται σε μικρές ομάδες στην εργασία 3.
περίπου 10 λεπτά	Εργασία σε μικρές ομάδες και, στη συνέχεια, παρουσίαση στην ολομέλεια	Οι μαθητές εργάζονται σε μικρές ομάδες στην εργασία 4 και παρουσιάζουν τα αποτελέσματά τους σε όλη την τάξη.

Εργασία: Πηγαίνετε στην κουζίνα σας και αναζητήστε σκεύη ή συσκευές με μία ή περισσότερες ιδιότητες συμμετρίας. Σκεφτείτε αν πρόκειται για συμμετρία ως προς άξονα ή ως προς σημείο. Σχεδιάστε τα αντικείμενα σε ένα κομμάτι χαρτί και φέρτε το μαζί σας στο επόμενο μάθημα.

Μάθημα 2 (50 λεπτά)

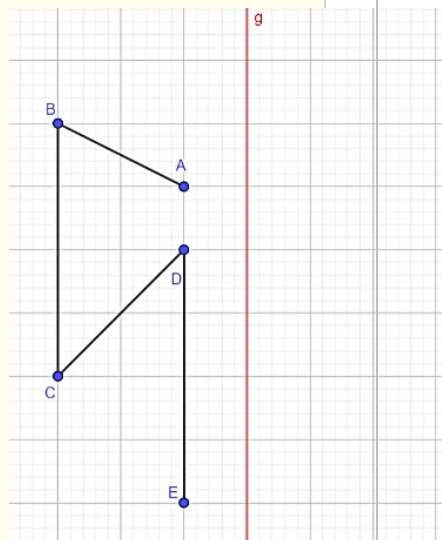
Ώρα	Μέθοδος	Περιεχόμενο και σχόλια
περίπου 10 λεπτά	Εργασία σε μικρές ομάδες	Οι μαθητές εργάζονται σε μικρές ομάδες στην εργασία 5, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της εργασίας. Αυτό παρέχει μια σύνδεση με πραγματικές καταστάσεις.
περίπου 15 λεπτά	Εργασία σε μικρές ομάδες και, στη συνέχεια, παρουσίαση στην ολομέλεια	Οι μαθητές εργάζονται σε μικρές ομάδες στην εργασία 6 και παρουσιάζουν τα αποτελέσματά τους σε όλη την τάξη.
περίπου 10 λεπτά	Παρουσίαση και Επικοινωνία Δάσκαλου - μαθητή	Ο/η εκπαιδευτικός εισάγει την έννοια της μεσοκάθετης (φύλλο πληροφοριών 2). Οι μαθητές μπορούν να κάνουν ερωτήσεις και είτε να αντιγράψουν τις πληροφορίες στο σημειωματάριό τους είτε να λάβουν πληροφορίες από το φυλλάδιο 2.
περίπου 15 λεπτά	Ατομική εργασία, Επικοινωνία Δάσκαλου - μαθητή	Οι μαθητές εργάζονται στην εργασία 7 ξεχωριστά. Στη συνέχεια, ένας μαθητής μπορεί να παρουσιάσει στον πίνακα τα αποτελέσματα του α) και ένας άλλος τα αποτελέσματα του β).

- **Αξονική συμμετρία:**

"Τα σχήματα που μπορούν να ταυτιστούν με τον εαυτό τους με την αντανάκλασή τους σε μια ευθεία γραμμή ονομάζονται συμμετρικά ως προς άξονα. Η ευθεία γραμμή είναι ο άξονας συμμετρίας.

Παράδειγμα:

Χρησιμοποιώντας ένα τρίγωνο, κατασκευάστε μια κατοπτρική εικόνα του δεδομένου σχήματος, χρησιμοποιώντας τη γραμμή G ως άξονα συμμετρίας. Ονομάστε τις κορυφές ανάλογα, δηλαδή την κορυφή του συμμετρικού του A ως A' , το συμμετρικό του B ως B' κλπ.



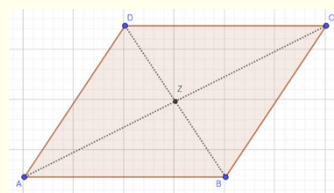
- **Συμμετρία ως προς σημείο:**

Εάν ένα σχήμα δεν είναι συμμετρικό ως προς άξονα αλλά ως προς σημείο, αναφέρεται ως συμμετρία ως προς σημείο. Τα σχήματα που μπορούν να συμπίπτουν με τον εαυτό τους αντανακλώντας τα ως προς σημείο ονομάζονται συμμετρικά ως προς σημείο.

Ένα συμμετρικό σχήμα ως προς σημείο έχει ένα κέντρο συμμετρίας γύρω από το οποίο το σχήμα μπορεί να περιστραφεί κατά 180° . Το σχήμα που έχει περιστραφεί είναι σύμφωνο με το σχήμα στην αρχική θέση.

Παράδειγμα: Παραλληλόγραμμο

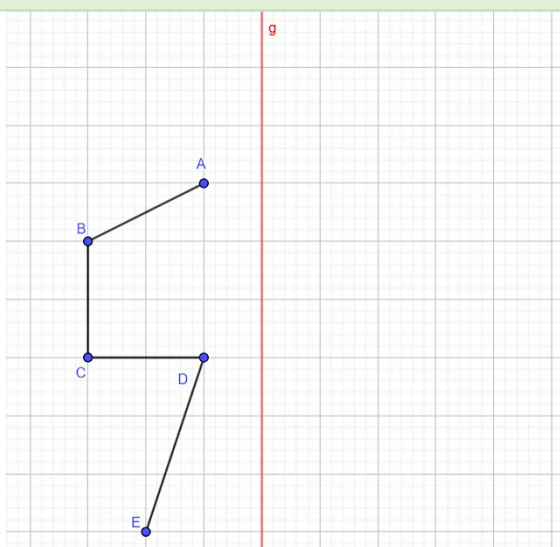
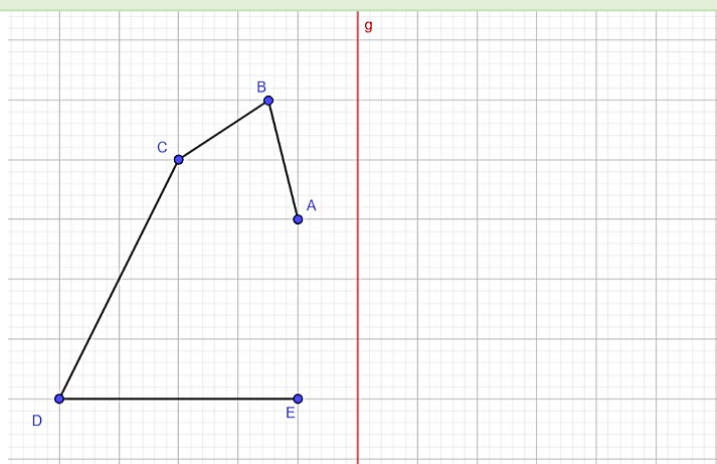
Z είναι το κέντρο συμμετρίας, οι κορυφές A και C , και οι κορυφές B και D είναι συμμετρικές ως προς το Z . Επίσης, όλα τα σημεία στη μία πλευρά του παραλληλόγραμμου είναι συμμετρικά κάποιου σημείου στην απέναντι πλευρά του παραλληλογράμμου.



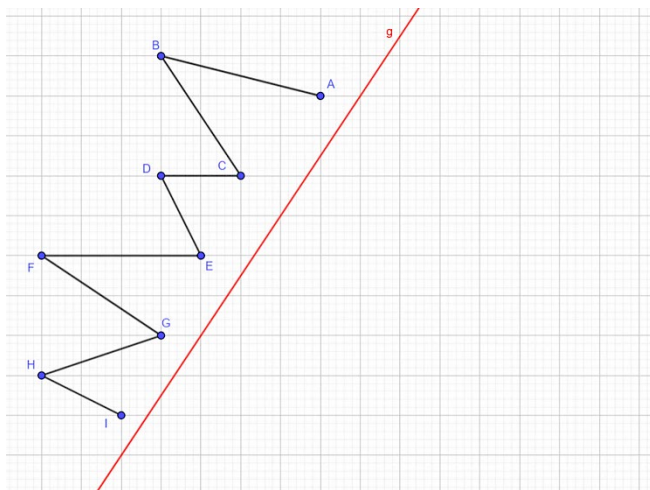
Φύλλο εργασίας 1

Εργασία 1 (ομαδοσυνεργατικά):

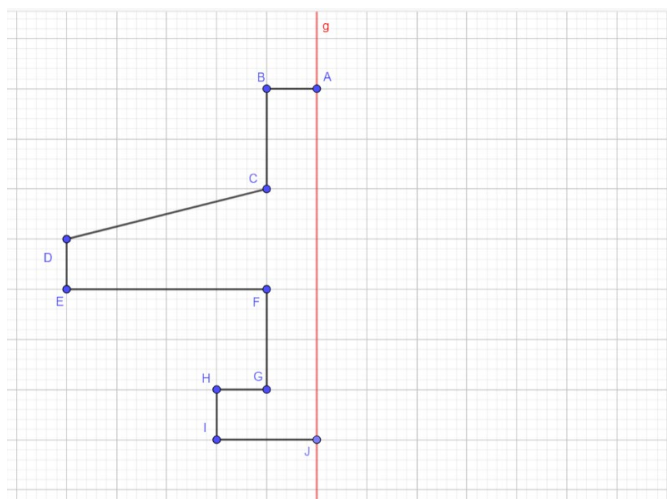
- Συμπληρώστε κάθε εικόνα για να σχηματίσετε ένα συμμετρικό σχήμα ως προς άξονα. Χρησιμοποιήστε την κόκκινη γραμμή ως άξονα συμμετρίας και επισημάνετε τα νέα σημεία A', B' κ.λπ.!
- Κόψτε το τέταρτο σχήμα αφού το αντικατοπτρίσετε και ελέγξτε αν είναι πραγματικά συμμετρικό διπλώνοντάς το.
- το. Σκεφτείτε το ρόλο που παίζει η γραμμή αναδίπλωσης.
-



c)



d)



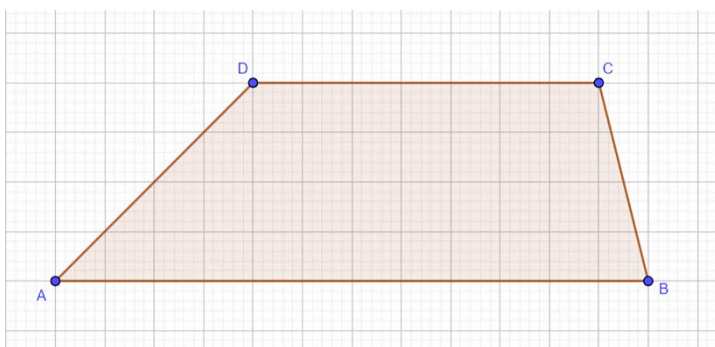
Εργασία 2 (ομαδοσυνεργατικά):

Εξετάστε αν τα σχήματα είναι συμμετρικά ως προς σημείο και, αν ναι, σχεδιάστε το κέντρο συμμετρίας (S).

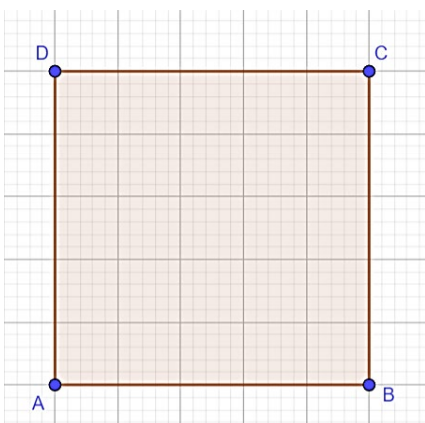
a)



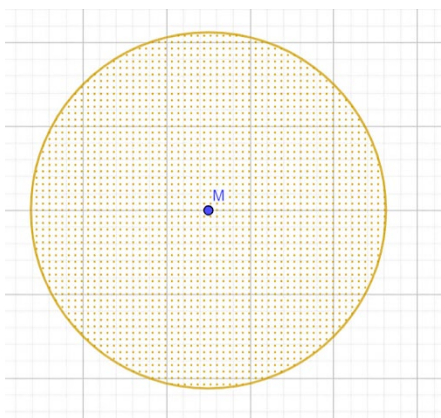
b)



c)



d)



Εργασία 3 (εργασία σε μικρές ομάδες):

- a) Σχεδιάστε τρία γεωμετρικά σχήματα με μόνο έναν άξονα συμμετρίας!
- b) Σχεδιάστε τρία γεωμετρικά σχήματα με περισσότερους από έναν άξονες συμμετρίας!

Δραστηριότητα 4 (πρώτα σε εργασία σε μικρές ομάδες, στη συνέχεια παρουσίαση αποτελεσμάτων στην ολομέλεια της τάξης):

Σχεδιάστε τη σημαία της χώρας γέννησής σας σε ένα φύλλο χαρτιού και σκεφτείτε αν είναι συμμετρική ως προς άξονα ή/και ως προς σημείο. Εάν είναι ως προς άξονα, σχεδιάστε όλους τους άξονες συμμετρίας στη σημαία. Στη συνέχεια, συλλέξτε όσο το δυνατόν περισσότερες διαφορετικές σημαίες από όλη την τάξη, σχεδιάστε τις έγχρωμες σε ένα φύλλο χαρτιού A4 και σχεδιάστε τους άξονες συμμετρίας. Ζητήστε από τον/την εκπαιδευτικό να τοποθετήσει εμφανώς όλες τις σημαίες που έχουν συλλέξει στην τάξη (π.χ. σε έναν πίνακα).

Σημείωση: Εάν υπάρχει μόνο μία σημαία για τη χώρα γέννησης σε μια ομάδα, οι μαθητές μπορούν να σχεδιάσουν τη σημαία μιας χώρας όπου ζουν ορισμένα μέλη της οικογένειας ή μιας χώρας που έχουν επισκεφθεί

Παράδειγμα:

Η σημαία της Τζαμάικας είναι αξονικά συμμετρική με δύο άξονες συμμετρίας. Είναι επίσης συμμετρική και ως προς σημείο.



Μεσοκάθετη

Η μεσοκάθετη διχοτομεί ("κόβει στη μέση") το ευθύγραμμο τμήμα AB και είναι κάθετη σ' αυτό. Όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου βρίσκονται ισαπέχουν από τα σημεία A και B .

Κατασκευή:

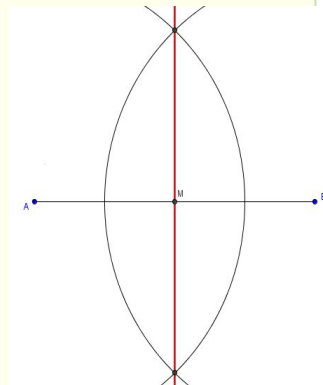
Τα σημεία A και B συνδέονται με ένα ευθύγραμμο τμήμα.

Ένα τόξο σχεδιάζεται γύρω από τα σημεία A και B χρησιμοποιώντας διαβήτη.

Η ακτίνα του τόξου πρέπει να είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις και μεγαλύτερο από το ήμισυ του μήκους του ευθύγραμμου τμήματος.

Στη συνέχεια, η μεσοκάθετη διέρχεται από τα σημεία τομής των δύο τόξων.

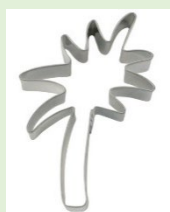
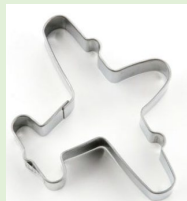
Η μεσοκάθετη είναι επίσης ο άξονας συμμετρίας της AB .



Φύλλο εργασίας 2

Εργασία 5: "Ας ψήσουμε μπισκότα!" (εργασία σε μικρές ομάδες)

- a) Ποιοι από αυτούς τους κόφτες μπισκότων έχουν άξονες συμμετρίας και ποιοι όχι; Εάν υπάρχει άξονας συμμετρίας, σχεδιάστε τον με χρώμα! Υπάρχουν κόφτες μπισκότων που είναι συμμετρικοί ως προς άξονα; Αν ναι, ποιοι;



- b) Κοιτάξτε τα μαγειρικά σκεύη (ή τα σκίτσα τους) που φέρατε μαζί σας (από την εργασία σας). Συζητήστε στην ομάδα σας αν είναι συμμετρικά ως προς άξονα ή ως προς σημείο!
- c) Οι μαθητές μπορούν να φέρουν μαζί τους την αγαπημένη τους συνταγή μπισκότων και να τη μοιράσουν στα άλλα μέλη της ομάδας. Οι μαθητές με ιδιαίτερα κίνητρα μπορούν να φέρουν μπισκότα που έχουν μόνοι τους ετοιμάσει, με συμμετρικά σχήματα, στο επόμενο μάθημα και να τα διανείμουν.

Δραστηριότητα 6 (πρώτα σε μικρές ομαδικές εργασίες, στη συνέχεια στην ολομέλεια της τάξης):

- a) Υπάρχουν λέξεις που είναι συμμετρικές ως προς άξονα, π.χ. TOOT, BOB ή EVE.

Κάθε μαθητής στην ομάδα έρχεται με δύο λέξεις συμμετρικές ως προς άξονα στην πρώτη του γλώσσα. Το διαδίκτυο μπορεί να αξιοποιηθεί ως πόρος.

Στη συνέχεια, εμφανίζονται οι λέξεις και εξηγείται η σημασία τους στα άλλα μέλη της ομάδας και εισάγεται η μετάφρασή τους στη γλώσσα διδασκαλίας.

Παράδειγμα:

ΕΒΒΕ (συμμετρική λέξη ως προς άξονα στα γερμανικά):

Εξήγηση: Τακτικά επαναλαμβανόμενη πτώση της στάθμης της θάλασσας, η οποία γίνεται ορατή καθώς η θάλασσα υποχωρεί.

Μετάφραση: Άμπωτη

- b) Υπάρχουν λέξεις που διαβάζονται από πίσω προς τα εμπρός σχηματίζοντας επίσης λέξεις με νόημα. Τέτοιες λέξεις ονομάζονται καρκινικές (σημείωση: μερικές φορές, ο όρος "καρκινικές" χρησιμοποιείται με αυστηρή έννοια που σημαίνει μόνο συμμετρικές λέξεις ως προς άξονα, δηλαδή λέξεις που διαβάζονται το ίδιο από πίσω προς τα εμπρός όπως από μπροστά προς τα πίσω. εδώ χρησιμοποιούμε το καρκινικές ("palindrome") με μια ευρύτερη έννοια, π.χ. TEN – NET, EVIL – LIVE

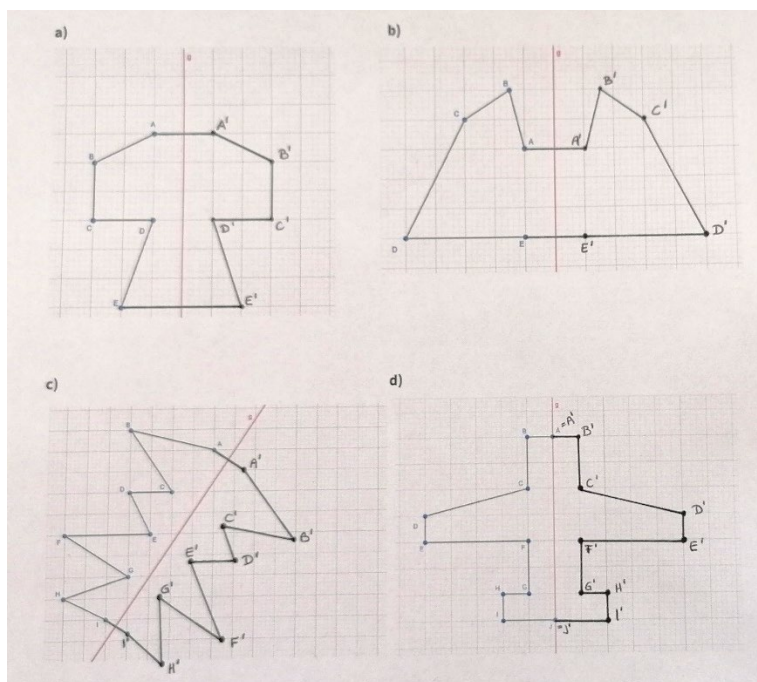
Κάθε μαθητής στην ομάδα έρχεται με δύο παλίνδρομα στην πρώτη του γλώσσα. Και πάλι, Το διαδίκτυο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πόρος.

Εργασία 7:

- a) Κατασκευάστε τη μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος AB , όπου $A = (0|7)$ και $B = (6|4)$
- b) Δίνονται τα σημεία $C = (2|5)$ και $D = (12|7)$. Καταχωρίστε τις συντεταγμένες του κεντρικού σημείου M του ευθύγραμμου τμήματος CD . Στη συνέχεια, διαιρέστε το ευθύγραμμο τμήμα CD σε τέσσερα μέρη ίσου μήκους χρησιμοποιώντας τη μεσοκάθετη.

Λύσεις

Εργασία 1:



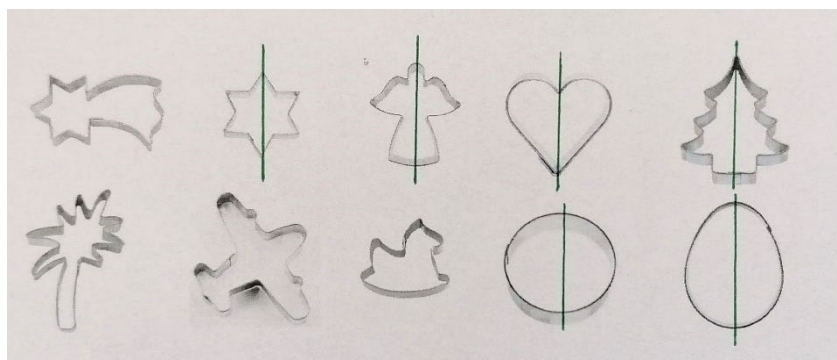
Εργασία 2:

Τα σχήματα α), γ) και δ) είναι συμμετρικά ως προς άξονα.

Εργασία 5:

α) Οι παρακάτω κόφτες μπισκότων έχουν τουλάχιστον έναν άξονα συμμετρίας: Αστέρι, άγγελος, καρδιά, δέντρο, κύκλος, αυγό. Οι παρακάτω κόφτες μπισκότων είναι (και) συμμετρικοί ως προς σημείο: Αστέρι, κύκλος.

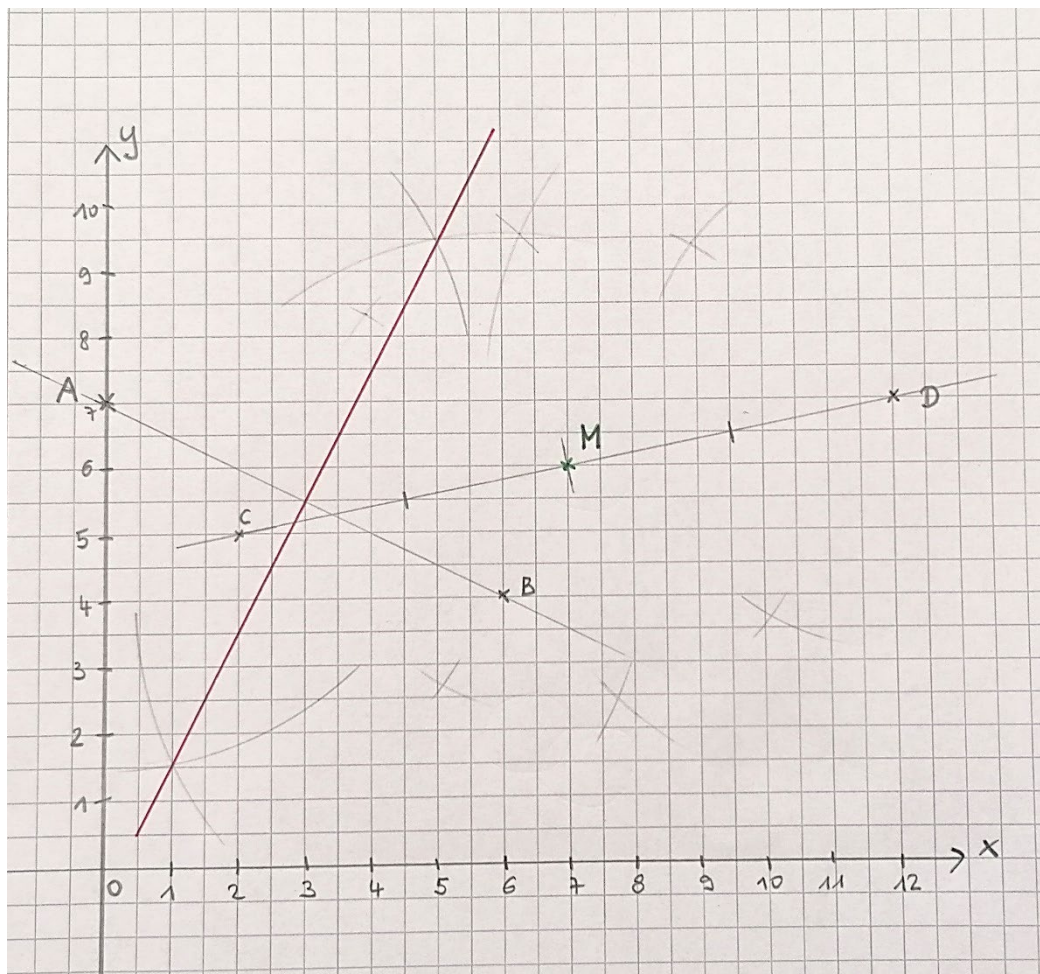
Άξονες συμμετρίας:



Εργασία 7:

Το κεντρικό σημείο έχει τις συντεταγμένες $M = (7|6)$.

Κατασκευή:



2. Ανάλυση συνέντευξης

Η εκπαιδευτικός που διδάσκει αυτή την ενότητα έχει 11 χρόνια διδακτικής εμπειρίας. Το δεύτερο θέμα της είναι η Ιστορία. Συμμετείχε σε εργαστήριο ευαισθητοποίησης σχετικά με τη διδασκαλία σε πολυπολιτισμικές τάξεις το 2022.

Η εκπαιδευτικός σχολίασε ότι η εισαγωγή της συμμετρίας ως προς άξονα και ως προς σημείο είναι κατά πολύ παρόμοια με αυτό που έκανε σε προηγούμενα μαθήματα, όταν έπρεπε να εισαγάγει αυτά τα θέματα. Είπε ότι η αξονική συμμετρία είναι μια πολύ γνωστή έννοια στους μαθητές, ακόμη και αν δεν γνωρίζουν τον επίσημο ορισμό και τις ιδιότητές της. Η συμμετρία ως προς σημείο είναι πιο δύσκολο να κατανοηθεί, δεδομένου ότι δεν είναι κάτι που συνήθως βιώνουν οι μαθητές στην καθημερινή τους ζωή. Συνέστησε τη χρήση του λογισμικού GeoGebra ως προσθήκη στο σχέδιο στον πίνακα.

Στην εκπαιδευτικό άρεσε η εργασία 3, επειδή «έκανε τους μαθητές να σκεφτούν, είναι μια αντίστροφη εργασία κατά κάποιο τρόπο». Οι περισσότερες εργασίες που έχει χρησιμοποιήσει στο παρελθόν ήταν όπως οι ασκήσεις 1 και 2 (ολοκληρώστε ένα σχήμα, βρείτε συμμετρία σε ένα δεδομένο σχήμα), ενώ η εργασία 3 ζήτησε από τους μαθητές να βρουν τις δικές τους φιγούρες.

Η εκπαιδευτικός σχολίασε ιδιαίτερα θετικά την εργασία 4. "Η εργασία με τις σημαίες ήταν μια καλή ιδέα και η χρήση των δικών τους σημαιών είναι εξαιρετική". Είπε ότι ενώ στους μαθητές μερικές φορές δεν αρέσει να μιλούν για τις χώρες καταγωγής τους, το θέμα της γεωμετρίας των σημαιών τους επέτρεψε να φέρουν το πλαίσιο στην τάξη και να συνεισφέρουν πράγματα που άλλοι μαθητές δεν θα γνώριζαν, χωρίς να χρειάζεται να συζητήσουν τα πολιτικά ή οικονομικά ζητήματα που συχνά προκύπτουν όταν αναφέρονται οι χώρες καταγωγής τους.

Στην εκπαιδευτικό άρεσε επίσης η εργασία 5 και σχολίασε πόσο ενθουσιωδώς οι μαθητές αγκάλιασαν την ιδέα να φέρουν μαγειρικά σκεύη στην τάξη. Σχεδόν όλοι οι μαθητές έφεραν κάτι, ένα αγόρι έφερε μια μεγάλη συλλογή από κόπτες μπισκότων και ένα κορίτσι έφερε διάφορες διακοσμήσεις για κέικ. Οι μαθητές εργάστηκαν σε αυτό το έργο περισσότερο από τον καθορισμένο χρόνο και η εκπαιδευτικός αποφάσισε να τους δώσει αυτόν τον επιπλέον χρόνο.

Η εκπαιδευτικός θεώρησε δύσκολη την εργασία 6. Κατά τη διάρκεια του μαθήματος, αποδείχθηκε ότι ήταν δύσκολο για τους μαθητές να βρουν "συμμετρικές λέξεις" σε οποιαδήποτε γλώσσα. Ενώ τους άρεσε η ιδέα, οι μαθητές απογοητεύτηκαν λίγο από την αδυναμία τους να βρουν λέξεις. Πρότεινε ότι αυτό μπορεί να χρειάζεται περισσότερο χρόνο προετοιμασίας, ίσως προσφέρεται ως εργασία για το σπίτι.

Τέλος, η εκπαιδευτικός δεν χρησιμοποίησε την εργασία 7, καθώς τελείωσε ο χρόνος. Σχολίασε ότι δεν θα το χρησιμοποιούσε ούτως ή άλλως, επειδή ήταν μια «πολύ παραδοσιακή και με μεγάλη αφαίρεση» εργασία σε σύγκριση με τις υπόλοιπες δραστηριότητες στο μάθημα 2.

3. Προτάσεις βελτίωσης

Η εκπαιδευτικός συνέστησε αρκετές βελτιώσεις στην ενότητα:

Πρώτον, η πρότασή της ήταν να χρησιμοποιηθεί το GeoGebra για τις κατασκευές, πέρα από τον πίνακα και τα τετράδια των μαθητών. Θεώρησε σημαντικό ότι οι μαθητές καλούνται να κάνουν αυτές τις κατασκευές με το χέρι, αλλά τους δείχνει και πώς μπορούν να χρησιμοποιήσουν την τεχνολογία για να ελέγξουν την εργασία τους.

Η δεύτερη πρόταση αφορούσε στην εργασία 6 (συμμετρικές/καρκινικές λέξεις). Σκέφτηκε να δώσει στους μαθητές μέρος αυτής της εργασίας ως κατ' οίκον εργασία(βρείτε συμμετρικές λέξεις στην πρώτη σας γλώσσα) και στη συνέχεια να τις παρουσιάσει και να τις συζητήσει στο μάθημα. Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν διαφορετικούς πόρους (όχι μόνο στο διαδίκτυο, αλλά και ζητώντας από μέλη της οικογένειας ή / και φίλους). Θα μείωνε επίσης τον χρόνο που χρησιμοποιείται στην εργασία 6, τον οποίο συνέστησε να χρησιμοποιηθεί καλύτερα για την εργασία 5.

Τέλος, η εκπαιδευτικός πρότεινε είτε να ακυρωθεί η εργασία 7, είτε να μετακινηθεί ολόκληρο το θέμα της μεσοκάθετης για το επόμενο μάθημα. Αυτό προτάθηκε για δύο λόγους. Πρώτον, υπάρχουν ήδη πολλές χρονοβόρες δραστηριότητες στο μάθημα 2 και είναι δύσκολο να βρεθεί αρκετός χρόνος για να γίνει σωστά η εργασία 7. Δεύτερον, σκέφτηκε ότι αυτό το είδος εργασίας (κατασκευαστική δραστηριότητα) δεν ταιριάζει με τις υπόλοιπες δραστηριότητες σε αυτό το μάθημα.