



Caso di studio 06

Informazioni di base

Titolo	Rappresentazione di solidi nel piano
Unità creata da	BORG Deutsch-Wagram (AT)
Basata sul concetto	Isometrie del piano
Concetto Creato da	Fondazione A.R.E.A. (IT)
Data	22.03.2024
Numero di studenti in classe	18
Numero di studenti stranieri	7

Descrizione dell'unità

Titolo	Rappresentazione di solidi nel piano
Età degli studenti/classe	13 anni
Durata della lezione	3 x 50 minuti
Argomento matematico	Proiezioni di solidi in geometria
Conoscenze prerequisite	<ul style="list-style-type: none">• Proprietà dei solidi di base (cubo, varie forme di prismi, cilindro, piramide, cono, sfera)• Lavorare con equazioni e variabili
Materiali necessari	<ul style="list-style-type: none">• Scheda informativa 1 (per la lezione 1)• Scheda operativa 1 (per la lezione 1)• Scheda operativa 2 (per la lezione 2)• Scheda informativa 2 (per la lezione 3)• Scheda operativa 3 (per la lezione 3)
Obiettivi	<p>Lo studente</p> <ul style="list-style-type: none">- conosce le formule della superficie totale e del volume di cubo, parallelepipedo, cilindro, piramide a base quadrata, cono e sfera- sa costruire una proiezione obliqua parallela (assonometria cavaliera) con un dato angolo e un dato punto di vista di un cubo e di un parallelepipedo
Note sul lavoro con gli studenti migranti	<p>Per il compito 4, gli studenti (migranti e non) devono pensare a un oggetto tipico del loro paese d'origine (o della loro famiglia), che abbia una forma geometrica di base. Gli studenti possono spiegare brevemente che cos'è questo oggetto o perché hanno scelto questo particolare oggetto.</p>

Piano della lezione:

Lezione 1 (50 minuti)

Durata	Metodo	Contenuti e commenti
ca. 30 min	Lavoro in piccoli gruppi, poi presentazione dei risultati all'intera classe.	Ripasso delle proprietà dei solidi geometrici; ricerca di edifici reali (internet); collegamento con la matematica (scheda 1).
ca. 20 min	Esposizione e dialogo insegnante-studente	L'insegnante spiega il processo di costruzione di una proiezione parallela obliqua (assonometria cavaliere), nonché le formule per la superficie totale e il volume di un cubo e di un parallelepipedo, usando il foglio informativo 1. Gli studenti possono porre domande.

Lezione 2 (50 minuti)

Durata	Metodo	Contenuti e commenti
ca. 20 min	Lavoro a classe intera, comunicazione insegnante-studenti	Risoluzione del compito 2 (insegnante, insieme a tutta la classe).
ca. 30 min	Lavoro a coppie, lavoro a classe intera, discussione	Risoluzione del compito 3 (a coppie), quindi verifica delle soluzioni nel lavoro a classe intera. Discussione sugli "oggetti tipici" scelti nel compito 3b.

Compito a casa: ogni studente deve pensare a un oggetto tipico del proprio paese d'origine (o della propria famiglia) che rappresenti una forma geometrica. Dovrebbero anche scoprire le dimensioni di questo oggetto (ad esempio tramite Internet o misurando l'oggetto a casa; se non è possibile, gli studenti dovrebbero inventare misure realistiche). Gli studenti possono scattare una foto dell'oggetto o portare in classe gli oggetti selezionati.

Lezione 3 (50 minuti)

Durata	Metodo	Contenuti e commenti
ca. 20 min	Esposizione e comunicazione insegnante-studente	L'insegnante spiega le formule della superficie e del volume del cilindro, della piramide a base quadrata, del cono e della sfera, usando il foglio informativo 2. Gli studenti possono fare domande.
ca. 30 min	Lavoro a coppie, presentazione dei risultati a tutta la classe	Gli studenti lavorano al compito 4 in coppia (2 studenti), poi presentano i risultati all'intera classe (se gli studenti hanno bisogno di più tempo per il compito, la presentazione dei risultati può avvenire anche nella lezione successiva).

Foglio di lavoro 1

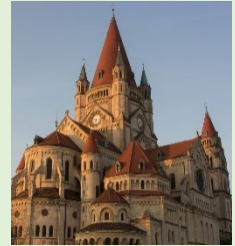
Attività 1 (lavoro in piccoli gruppi, poi presentazione dei risultati all'intera classe):

Ogni studente del gruppo pensa a un edificio/vista del proprio paese d'origine che contenga solidi geometrici! I solidi geometrici devono anche essere denominati! È consentito l'uso di Internet! Ogni studente deve anche spiegare brevemente il “suo” edificio in 2-3 frasi.

Se tutti (o la maggior parte) gli studenti hanno lo stesso paese di origine, possono scegliere i paesi che hanno visitato o dove vivono i loro familiari.

Esempi:

a) Chiesa “San Francesco d'Assisi” a Vienna (le cime delle torri sono coni).
Si trova in Mexikoplatz (piazza del Messico), direttamente sul fiume Danubio.
La prima pietra è stata posata in occasione del 50° anniversario dell'intronizzazione dell'imperatore Franz Josef.
È una chiesa parrocchiale cattolica romana.



b) Piramide di vetro a Parigi
Serve come ingresso principale del Museo del Louvre
nella capitale francese, Parigi.



Scheda informativa 1

L'attenzione si concentra ora sulla creazione di una proiezione parallela obliqua (assonometria cavalliera) e sul calcolo della superficie e del volume di un cubo e di un parallelepipedo:

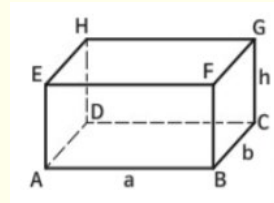
Un disegno mostra sempre un solido da una sola angolazione. Il solido, cioè un oggetto tridimensionale, è rappresentato come una figura piana sul foglio da disegno. Per ottenere un effetto spaziale nel disegno, si utilizza spesso la cosiddetta assonometria cavalliera. In questo tipo di rappresentazione, alle singole superfici e ai bordi del solido vengono date forme o lunghezze diverse.

Spiegazione: Le superfici anteriore e posteriore sono disegnate a grandezza naturale. Gli spigoli laterali che corrono diagonalmente all'indietro vengono accorciati. Si lavora con l'angolo di distorsione $\alpha=45^\circ$ (angolo in cui viene disegnato lo spigolo obliquo) e il fattore di accorciamento, detto anche scorcio, $v=0,5$ (cioè un accorciamento della metà; è il fattore per cui viene moltiplicata la lunghezza dello spigolo obliquo). I bordi invisibili sono disegnati come linee tratteggiate o punteggiate. In questo modo si ottiene una rappresentazione che corrisponde bene alla realtà.

Per un **parallelepipedo** con area di base G vale quanto segue:

Superficie totale $A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot G + M$

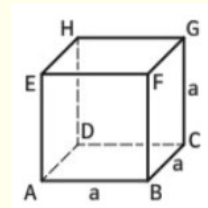
Volume: $V = a \cdot b \cdot h = G \cdot h$



Per un **cubo** con area di base G vale quanto segue:

Superficie totale $A = 6 \cdot a \cdot a$

Volume: $V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a$



Foglio di lavoro 2

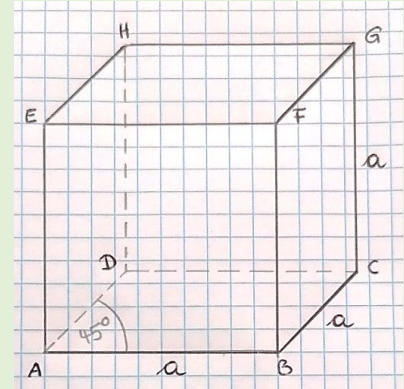
Compito 2 (lavoro a classe intera):

Costruire la proiezione obliqua parallela (assonometria cavaliera) di un cubo di lato $a=5$ cm.

Calcolare l'area della superficie e il volume del cubo

Superficie $A=6 \cdot a \cdot a=6 \cdot 5 \cdot 5=150\text{cm}^2$

Volume: $V=a \cdot a \cdot a=G \cdot a=5 \cdot 5 \cdot 5=125\text{cm}^3$



Attività 3 (lavoro a coppie):

Parallelepipedo: Costruire la proiezione obliqua parallela di un parallelepipedo con lati $a=7$ cm , $b=4$ cm , $c=3$ cm , utilizzando l'angolo $\alpha=45^\circ$ e lo scorcio $v=0,5$.

Calcolate la superficie e il volume di questo parallelepipedo!

Pensate a 2 oggetti della vita quotidiana che potrebbero avere all'incirca la forma di questo solido!

Cubo: Costruite la proiezione parallela obliqua di un cubo di lato $a=7$ cm.
Utilizzare $\alpha=45^\circ$ e $v=0,5$.

Calcolate la superficie e il volume di questo cubo!

Pensate a 2 oggetti della vita quotidiana che potrebbero avere all'incirca la forma di questo cubo!

Scheda informativa 2

Per approfondire ulteriormente l'argomento dei solidi geometrici, vengono ora discussi in dettaglio le superfici e i volumi dei seguenti solidi: cilindro, piramide a base quadrata, cono, sfera.

Nota: gli studenti conoscono già le proprietà dei solidi geometrici. Gli studenti hanno anche familiarità con i termini h,s,... Utilizzando il metodo dell'abbinamento, gli studenti devono trovare da soli le formule corrispondenti.

- Cilindro:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

Superficie totale:

Volume:

$$A = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

- Piramide a base quadrata:

Superficie totale:

Volume:

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

- Cono:

Superficie totale:

Volume:

$$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

- Sfera:

Superficie totale:

Volume:

$$A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

Foglio di lavoro 3

Attività 4 (lavoro in piccoli gruppi, poi presentazione dei risultati all'intera classe):

Ogni studente deve pensare a un oggetto tipico del proprio paese d'origine (o della propria famiglia) che rappresenti una forma geometrica (questo era il compito a casa). La tabella seguente deve essere completata nel piccolo gruppo. I risultati devono essere presentati alla lavagna a tutta la classe. Gli studenti possono portare in classe gli oggetti selezionati e (se sono commestibili) anche farli assaggiare.

La prima riga mostra un esempio di oggetto tipico dell'Austria.

Oggetto	Solido di riferimento	Dimensioni	Numero di vertici	Numero di spigoli	Numero di facce	Superficie totale	Volume
 Manner-Schnitten (cialde tipiche viennesi)	Parallelepipedo	$a = 97$ $b = 84$ $h = 15$ (mm)	8	12	6	A $= 2 \cdot 97 \cdot 84 +$ $2 \cdot 97 \cdot 15 +$ $2 \cdot 84 \cdot 15$ 21726mm^2	V $= 97 \cdot 84$ $\cdot 15$ 122220mm^3 122.22cm^3

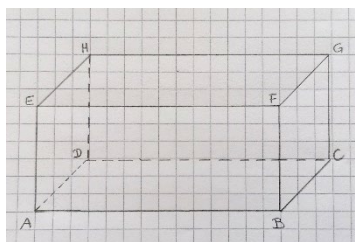
Soluzioni

Compito 3:

a)

$$A = 2 \cdot 7 \cdot 4 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 122 \text{ cm}^2$$

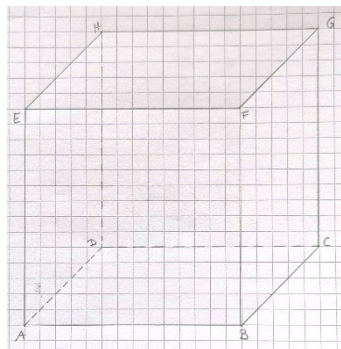
$$V = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84 \text{ cm}^3$$



b)

$$A = 6 \cdot 7^2 = 294 \text{ cm}^2$$

$$V = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$$



Scheda informativa 2:

- Cilindro:

Superficie totale:

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

Volume:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

- Piramide a base quadrata:

Superficie totale:

$$A = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

- Cono:

Superficie totale:

$$A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

- Sfera:

Superficie totale:

$$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Volume:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

2. Analisi delle interviste

L'insegnante che insegna questa unità ha 12 anni di esperienza di insegnamento. La sua seconda materia è Educazione fisica. Non ha ricevuto alcuna formazione particolare sull'insegnamento nelle classi multiculturali.

L'insegnante ha commentato molto positivamente il compito 1 (solidi nel mondo reale). Ha preparato alcune immagini di edifici per presentarli alla classe nel caso in cui gli studenti non dovessero trovare foto adatte in internet, ma non le hanno usate per la lezione vera e propria, dal momento che gli studenti sono stati in grado di trovare un buon numero di immagini da utilizzare per questo compito. Ha detto che avrebbe preferito continuare a lavorare con gli oggetti trovati nel compito 1, e alla fine tornare su, dopo aver introdotto la proiezione parallela obliqua.

L'insegnante ha descritto la lezione 2 (compiti 2 e 3) come abbastanza standard e molto simile a quanto suggerito nel libro di testo che usa regolarmente per insegnare. Ha detto che gli studenti erano abbastanza creativi nel compito 3b (trovare oggetti di vita quotidiana a forma di cubo), anche se per lo più nomi di oggetti che sono in realtà cuboidi.

L'insegnante non era del tutto sicuro di come lavorare con il foglio informativo 2. Se fosse stato distribuito in copia cartacea (come originariamente intendeva fare), gli studenti avrebbero dovuto tagliare le equazioni, abbinarle e incollarle nel loro notebook. Se fosse stato proiettato su uno schermo come file word e poi lcompletato con tutta la classe (cosa che alla fine ha fatto), gli studenti avrebbero dovuto scrivere tutte le equazioni in ordine nei loro notebook, nonostante alcuni errori. Un'altra possibilità sarebbe quella di lavorare sul file con tutta la classe per stabilire la corrispondenza corretta, quindi distribuire una copia cartacea contenente la corrispondenza corretta per gli studenti.

L'insegnante ha detto che gli studenti hanno molto apprezzato il compito 4. Gli studentihanno portato un certo numero di oggetti diversi e alcuni direttamente in classe. In particolare ha commentato l'impatto positivo di questa attività su alcuni studenti migranti. In particolare ha fatto commenti su un ragazzo che ha descritto come "di solito molto timido e riservato". Questo studente ha portato un oggetto dalla sua famiglia e l'ha presentato con orgoglio prima al gruppo e poi a tutta la classe. L'insegnante ha detto che sarebbe bene fare più esperienze con il background degli studenti.

3. Proposte di miglioramento

L'insegnante ha suggerito diversi miglioramenti all'unità:

in primo luogo, suggerirebbe di utilizzare gli oggetti (edifici con forme geometriche) del compito 1 e lavorarci nella lezione 2, ad esempio lasciando che gli studenti creino proiezioni parallele oblique di questi oggetti invece di quelle astratte generali come è stato realmente fatto.

L'insegnante ha anche suggerito di chiarire come lavorare con il foglio informativo 2 nella lezione 3. Ci avrebbe lavorato sia con tutta la classe e quindi avrebbe distribuito la soluzione corretta del compito agli studenti, o avrebbe lasciato che gli studenti lavorassero direttamente sul file distribuito tramite Moodle. Crede che l'uso di una versione cartacea per l'esercizio di corrispondenza sia poco pratico. Indipendentemente dalla modalità di utilizzo, suggerisce che gli studenti debbano avere un foglio informativo con gli abbinamenti corretti alla fine della lezione.