



Case Study 07

Dati di base

Titolo della Research Teaching Unit	Mathematica nell'aiuola
Unità creata da	BORG Deutsch-Wagram (AT)
Basata sul Concept	Geometria verde
Concept creato da	Istituto Comprensivo Statale "Malaspina" Massa (IT)
Data di insegnamento	13.05.2024
Numero di studenti in classe	11
Numero di studenti migranti	1

1. Descrizione della Research Teaching Unit

Titolo	Geometria verde 2 (Matematica nell'aiuola)
Età degli studenti/grado	17-18 anni
Durata dell'unità	1 x 50 minuti (fino a 2 x 50 minuti)
Argomento matematico	Applicazioni di derivazione ed integrazione
Conoscenze prerequisite	<ul style="list-style-type: none">• Impostare l'equazione di una funzione polinomiale con dati valori di funzione• Derivazione di funzioni polinomiali• Integrazione di funzioni polinomiali• Interpretazione dell'integrale come area sottostante il grafico
Materiali necessari	Foglio per compito 1
Obbiettivi	<p>Lo studente</p> <ul style="list-style-type: none">• sa applicare la conoscenza delle proprietà delle funzioni polinomiali in situazioni pratiche di vita reale• sa usare le funzioni polinomiali per modellare oggetti reali• sa applicare la derivazione e l'integrazione in contesti reali
Note sul lavoro con gli studenti migranti	Gli studenti (in particolare migranti) possono portare foto di aiuole in giardini o parchi dei loro paesi di origine

Lesson plan:**Lezione 1 (50 minuti)**

Tempo	Metodo	Contenuto e commenti
ca. 5 min	Esposizione e comunicazione studenti-docente	Il docente motiva gli studenti sull'argomento della lezione e ne spiega il significato nella vita quotidiana
ca. 35 min	Lavoro a coppie o a piccoli gruppi	Gli studenti risolvono i compiti sul foglio di lavoro in gruppi di 2 o 3. Il docente gira per la classe ed aiuta nei problemi che possono emergere.
ca. 10 min	Comunicazione studenti-docente	Confronto dei risultati

Se la classe dovesse essere molto impegnata ed interessata nei compiti della lezione 1, gli studenti possono lavorare ad un compito aggiuntivo (compito 4) o alla fine della lezione 1 (tempo permettendo), o in una seconda lezione.

Foglio per compito 1 – Matematica nell'aiuola



Deve essere creata un'aiuola in un giardino rettangolare.

La forma dell'aiuola è descritta da una funzione f , dove x è la larghezza dell'aiuola in metri e $f(x)$ è l'altezza dell'aiuola in metri.

Compito 1:

Un giardiniere dispone l'aiuola di un cliente in modo tale che l'aiuola inizi ai bordi del giardino e raggiunga la sua massima altezza nel centro del giardino. Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe avere una massima "altezza" di 3 metri. Inoltre, si sa che la funzione f è definita solo per $0 \leq x \leq 10$.

- Fai un disegno del giardino con l'aiuola e classificala

Spazio per il tuo disegno:

- Usando le informazioni sottostanti, determina il termine rappresentazione di una funzione polinomiale f che descriva la forma dell'aiuola nel giardino. Usa le seguenti proprietà per farlo.

	Descrizione a parole	Descrizione matematica
1	L'aiuola inizia ai bordi del giardino.	I: _____
)	Questi bordi sono a $x = \underline{\hspace{2cm}}$ and $x = \underline{\hspace{2cm}}$.	II: _____
2	L'aiuola ha la sua altezza massima nel centro del giardino. Il	III: _____
)	centro del giardino è a $x = \underline{\hspace{2cm}}$.	
3	Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe avere una massima	IV: _____
)	"altezza" di 3 metri.	

Per prima cosa, considera il grado della funzione polinomiale che è il migliore ed il più facile per il progetto dell'aiuola.

Grado della funzione polinomiale ____: Questo è generalmente dato da : $f(x) = \underline{\hspace{5cm}}$

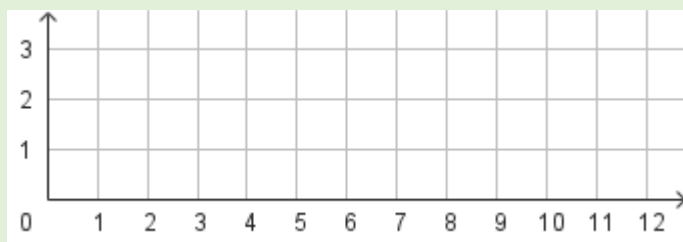
Trova la funzione polinomiale che descriva l'aiuola. Scrivi una descrizione comprensibile di come hai ottenuto il risultato nello spazio qui sotto.

La funzione polinomiale è data da: $T f(x) = \underline{\hspace{5cm}}$

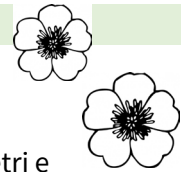
Compito 2:

Disegna di nuovo la funzione polinomiale che descriva l'aiuola nel dato sistema di coordinate.

Stima l'area effettiva dell'aiuola usando somme superiori ed inferiori (con 5 intervalli uguali).

**Compito 3:**

Determina l'area effettiva totale dell'aiuola nel giardino.



Deve essere creata un'aiuola in un giardino rettangolare.

La forma dell'aiuola è descritta da una funzione f , dove x è la larghezza dell'aiuola in metri e $f(x)$ è l'altezza dell'aiuola in metri.

Compito 1:

Un giardiniere dispone l'aiuola di un cliente in modo tale che l'aiuola inizi ai bordi del giardino e raggiunga la sua massima altezza nel centro del giardino. Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe avere una massima "altezza" di 3 metri. Inoltre, si sa che la funzione f è definita solo per $0 \leq x \leq 10$.

- Fai un disegno del giardino con l'aiuola e classificala.

Spazio per il tuo disegno:



- Usando le informazioni sottostanti, determina il termine rappresentazione di una funzione polinomiale f che descriva la forma dell'aiuola nel giardino. Usa le seguenti proprietà per farlo.

	Descrizione a parole	Descrizione matematica
1	L'aiuola inizia ai bordi del giardino.	I: $f(0) = 0$
)	Questi bordi sono a $x = 0$ and $x = 10$.	II: $f(10) = 0$
2	L'aiuola ha la sua massima altezza nel centro del giardino. Il centro del giardino è a $x = 5$.	III: $f'(5) = 0$
3	Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe avere una massima "altezza" di 3 metri.	IV: $f(5) = 3$

Per prima cosa, considera il grado della funzione polinomiale che è il migliore ed il più facile questa aiuola.

Grado della funzione polinomiale 2: Questo è dato generalmente da: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Trova la funzione polinomiale che descriva l'aiuola. Scrivi una descrizione comprensibile di come hai ottenuto il risultato nello spazio qui sotto.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{e} \quad f'(x) = 2ax + b$$

$$\text{I: } f(0) = 0 \quad a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow c = 0$$

$$\text{II: } f(10) = 0 \quad a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 0 \rightarrow 100a + 10b = 0$$

$$\text{III: } f'(5) = 0 \quad 2 \cdot a \cdot 5 + b = 0 \rightarrow 10a + b = 0$$

$$\text{IV: } f(5) = 3 \quad a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3 \rightarrow 25a + 5b = 3$$

Dalle equazioni III e IV si arriva al seguente sistema di equazioni:

$$\text{III: } 10a + b = 0 \quad \vee \quad (-5)$$

$$\text{IV: } 25a + 5b = 3$$

$$\text{III: } -50a - 5b = 0$$

$$\text{IV: } 25a + 5b = 3$$

$$-25a = 3 \quad \vee \quad (-25) \rightarrow a = \frac{-3}{25}$$

$$10a + b = 0 \quad \vee \quad -b \rightarrow b = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

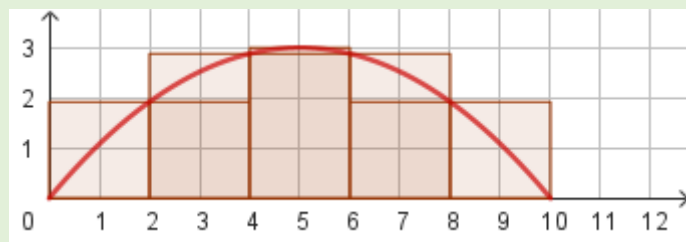
$$10a = -b$$

The polynomial function is given by $f(x) = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{6}{5}x$

Compito 2:

Disegna di nuovo la funzione polinomiale che descriva l'aiuola nel dato sistema di coordinate.

Stima l'area effettiva dell'aiuola usando somme superiori ed inferiori (con 5 intervalli uguali).



Per stimare l'area con l'aiuto di somme superiori ed inferiori, sono richiesti alcuni valori di funzione, valori che sono dati nella tabella seguente (arrotondati).

x	0	2	4	5	6	8	10
$f(x)$	0	1.92	2.88	3	2.88	1.92	0

Somma inferiore: $L_5 = 2 \cdot [f(0) + f(2) + f(4) + f(8) + f(10)]$
 $L_5 \approx 13.44$

Somma superiore: $U_5 = 2 \cdot [f(2) + f(4) + f(5) + f(6) + f(8)]$
 $U_5 \approx 25.2$

Si arriva a: $13.44m^2 < \text{actual area} < 25.2m^2$

Compito 3:

Determina l'area effettiva totale dell'aiuola in giardino.

$$A = \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^{10} \left(\frac{-3}{25} x^2 + \frac{6}{5} x \right) dx = \left(\frac{-3x^3}{25 \cdot 3} + \frac{6x^2}{5 \cdot 2} \right) \Big|_0^{10}$$
$$\left(\frac{-3 \cdot 10^3}{25 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 10^2}{5 \cdot 2} \right) - \left(\frac{-3 \cdot 0^3}{25 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 0^2}{5 \cdot 2} \right) = (-40 + 60) = 20$$

L'area effettiva totale dell'aiuola è $20m^2$.



Compito aggiionale



★ Compito 4:



Per ottenere il miglior uso possibile dell'area del giardino, il cliente si chiede quanto la zona dovrebbe avere la larghezza x per massimizzare l'area totale delle aiuole in giardino. Detemina la migliore larghezza e descrivi come hai fatto in modo comprensibile.

2. Analisi dell'intervista

La docente impegnata in questa unità ha 7 anni di esperienza di insegnamento. La sua seconda materia è la Fisica. Non ha ricevuto nessuna particolare formazione di insegnamento in classi multiculturali.

La docente ha affermato che, anche se il contesto dei compiti probabilmente non è quello che un vero giardiniere farebbe, le è piaciuto affrontarli. Agli studenti è piaciuto il fatto che ci fosse un "contesto inusuale", in contrapposizione ai grafici di funzione senza contesto o compiti standard di ottimizzazione.

La docente ha aggiunto che questa attività è una buona preparazione per gli esami finali di scuola secondaria, dove i compiti con integrali e calcoli di aree insieme a grafici sono piuttosto comuni. Ha detto di avere avuto remore all'inizio sull'usare un contesto non standard per questa preparazione, ma che poi i processi matematici reali erano gli stessi della sua solita preparazione, solo con un contesto più interessante per gli studenti.

Per i calcoli delle somme più alte e più basse nel compito 2, ed anche per controllare i risultati dei compiti 1 e 3, l'insegnante ha usato Geogebra. Ha evidenziato la mancanza del ricorso alla tecnologia in questa unità e suggerirebbe o di creare compiti extra dove gli studenti devono usare la tecnologia o cambiare i compiti dati in modo tale da far fare pratica agli studenti con la tecnologia, anche in visione degli esami finali.

La docente ha poi aggiunto che sarebbe carino, in ipotesi, usare il cortile della scuola per lavorare al compito 1, per fare un "bozzetto reale" del giardino.

3. Suggerimenti di miglioramento

La docente ha suggerito diversi miglioramenti all'unità:

Per prima cosa, suggerirebbe di aggiungere l'uso della tecnologia, in particolare un software di geometria dinamica, per lavorare ai compiti. Specialmente l'attività del compito 2 (calcolo della somma più alta e più bassa) non è stata considerata da lei "molto di aiuto a migliorare le competenze degli studenti" se fatta a mano. Gli studenti hanno fatto tali attività prima e sanno come farle ed in un "compito applicato" i calcoli a mano richiesti li rallenterebbero solo e diminuirebbero la loro motivazione.

Il suo secondo suggerimento sarebbe quello di andare fuori dall'aula, nel cortile od anche in un campo vicino, dove gli studenti per esempio potrebbero usare un'area erbosa o un recinto di sabbia per disegnare un bozzetto reale del loro "giardino". Ha detto che sarebbe molto motivante per gli studenti, dato che potrebbero applicare matematica di livello più alto in un'ambientazione all'aria aperta, rendendoli consapevoli che la matematica è davvero letteralmente "intorno a noi".