



Koncept výukové jednotky Matematické modelování

Prostředí	Porovnání úspornosti přírody s nadměrnou spotřebou v rámci kapitalismu
Úvod	Aktivity navržené v tomto materiálu využívají logiku matematického modelování s využitím digitálních nástrojů i digitálních materiálů. Jsou příkladem matematizace reálné situace o tvaru buněk úlu. Toto téma se stává výchozím bodem pro diskuze o úspornosti přírody, ve které jsou charakteristické minimální činnosti, minimální trasy a maximální výkony, a o nadprodukci, nadměrné spotřebě a nadměrném čerpání přírodních zdrojů.
Věk žáků / ročník	2. stupeň základních škol / nižší gymnázium
Délka jednotky	3 x 45 minut
Potřebné pomůcky	Počítač s nainstalovaným softwarem GeoGebra Papír, tužka & nůžky
Cíle	Díky aktivitám navrženým v tomto materiálu žáci: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se seznámí s procesem modelování. ➤ Diskutují o energii. ➤ Diskutují o úspornosti v přírodě (minimální trasy, maximální výnosy) ➤ Uvědomí si rozdíl mezi tím, jak fungují věci v přírodě a jak to je s nadprodukcí a spotřebou v kapitalismu. ➤ Uvědomí si nadměrné čerpání přírodních zdrojů.
Klíčové body z pohledu obsahu	<i>Zdůvodnění konceptu jednotky.</i> Matematické modelování a pedagogika kultury jsou pedagogické přístupy, které vycházejí z každodenních zkušeností žáků. Didaktika matematiky ale málokdy hledá cesty, jak tyto dva přístupy v hodinách matematiky propojit. V našem případě navrhuje použít interpretaci kultury jako žité zkušenosti s přírodním prostředím, která může pomoci přinést do hodin znalosti, které jsou relevantní pro matematické úkoly a zároveň mohou podpořit sociálně uvědomělou reflexi pro zjemnění mocenských vztahů a obnovení sociální spravedlnosti. Představujeme pět orientačních aktivit ¹ , které využívají proces modelování jak fyzicky, tak s pomocí digitálních nástrojů. Akce nejsou na sobě nezávislé, jejich cílem je vyvolat diskuzi o tom, jak fungují věci v přírodě.
Klíčové body z pohledu metodologie	Materiál zahrnuje pět aktivit, které mají orientační charakter. V závislosti na situaci v konkrétní třídě se učitel může rozhodnout použít je všechny nebo jen část z nich a také může materiál rozšířit o další, které se zaměřují na proces modelování ² , ať již

¹ Více informací o modelování je v příloze.

² Více informací o modelování je v příloze.

fyzické nebo s využitím digitálních nástrojů. Jednotlivé aktivity na sebe navazují a směřují k vyvolání vyvolat diskuse o tom, jak funguje příroda.

Celý materiál představuje pedagogický model, který ukazuje, že cyklus matematického modelování poskytuje prostor, aby žáci pracovali se svými kulturními znalostmi. Ukazuje, že lze překonat slabé stánky, které obvykle souvisí s implementací pedagogiky kultury.

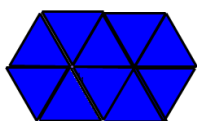
Aktivita 1

V této aktivitě se zaměřujeme na pokrytí roviny pravidelnými mnohoúhelníky. Žáci mají za úkol pokrýt rovinu stejnými čtverci.



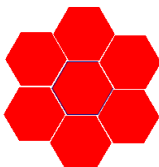
Obrázek 1

Následně mají žáci za úkol pokrýt rovinu stejnými rovnostrannými trojúhelníky.



Obrázek 2

Poté rovinu pokrývají stejnými pravidelnými šestiúhelníky.



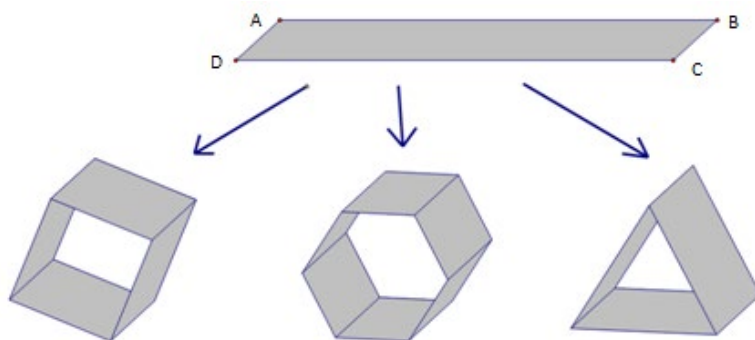
Obrázek 3

Interpretace toho, proč jedinými pravidelnými tvary, které pokryjí rovinu, jsou čtverec, rovnostranný trojúhelník a také pravidelný šestiúhelník, je jednou ze základních otázek, o kterých je třeba diskutovat během Aktivity 1.

Aktivita 2

V této aktivitě žáci dostanou identické obdélníkové proužky papíru. Cílem je vytvořit obrazce z obrázku 4:

- (a) Boční stěny pravidelného čtyřbokého hranolu rozdělením proužku papíru na čtyři stejné části.
- (b) Boční stěny pravidelného šestibokého hranolu rozdělením proužku na šest stejných částí.
- (c) Boční stěny pravidelného trojbokého hranolu rozdělením proužku na tři stejné části.



Obrázek 6

Hlavním cílem této aktivity je, aby si žáci uvědomili, že s využitím stejného stavebního materiálu – proužku papíru – lze sestavit různá tělesa. Výběr papíru je ilustrativní. Učitel může volit různé tvary.

Aktivita 3

V této aktivitě žáci dostávají vhodný materiál, například rýži, se kterým vyplní nádoby z aktivity 2. Úkolem je odhadnout a ověřit, která z nádob má největší objem.

Aktivita 4

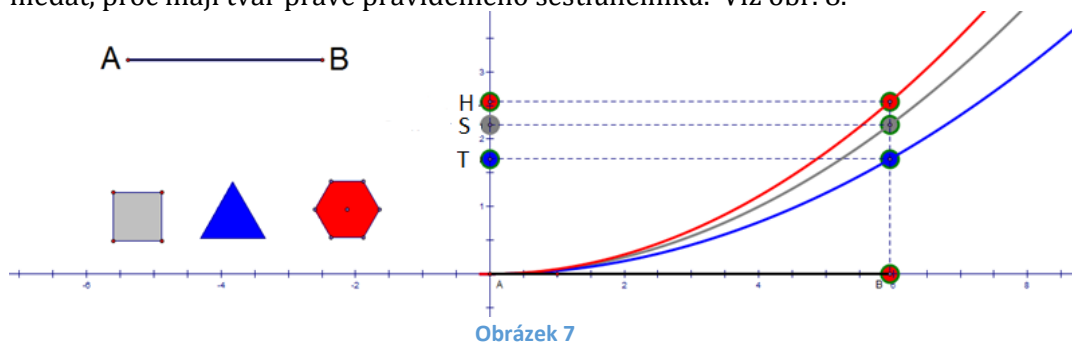
V této aktivitě učitel podpoří své žáky, aby s pomocí algebraického vzorečku ověřili, že největší objem má šestiboký a nejmenší trojboký hranol.

Aktivita 5

V této aktivitě mají žáci možnost pomoci matematického modelování – viz příloha – přejít ke zobecnění vlastností šestiúhelníku, čtverce a trojúhelníku, a to pomocí softwaru dynamické geometrie GeoGebra. Snímek obrazovky na obrázku 5 znázorňuje tři dynamicky interagující reprezentace. Úsečka AB udává obvod pravidelných mnohoúhelníků – šestiúhelníku, čtverce, trojúhelníku. K tomu jsou na grafu uvedeny odpovídající obsahy.

Měníme-li délku úsečky AB, je zjevné, že body na grafu znázorňující obsah šestiúhelníku jsou vždy na body grafu obsahu čtverce. Zároveň body grafu obsahu trojúhelníku jsou vždy níže než body grafu obsahu čtverce.

Díky této aktivitě mohou studenti vyslovovat hypotézy o tvaru buněk ve včelím úlu a hledat, proč mají tvar právě pravidelného šestiúhelníku. Viz obr. 8.



H: Obsah šestiúhelníku, S: Obsah čtverce, T: obsah trojúhelníku



Obrázek 8

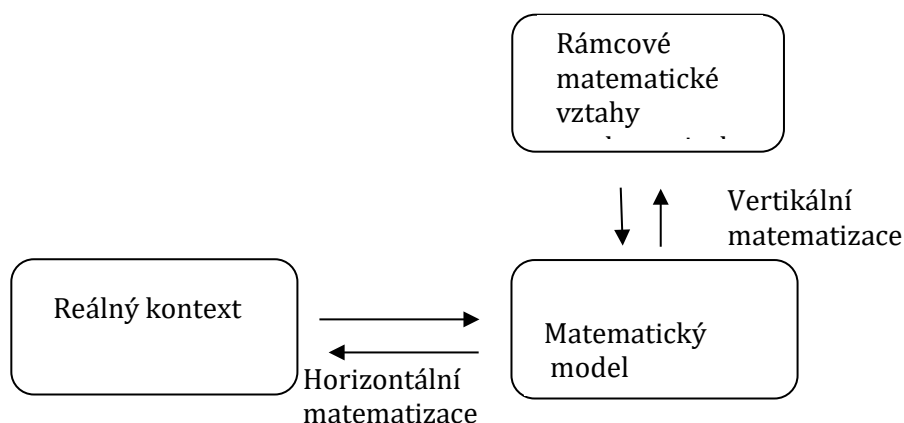
Klíčové body z pohledu jazyka

Pojmy se budují tak, aby se předcházelo vzniku jazykových překážek. Materiál je k žákům s odlišným mateřským jazykem či kulturním zázemím vstřícný. Požadována je pouze základní znalost jazyka. Obrázky jsou navrženy tak, aby pomáhaly překonat jazyková úskalí a podpořily zapojení všech.

Proces matematického modelování souvisí s matematizací. Koncept matematizace vychází z teorie *realistického matematického vzdělávání* (*Realistic Mathematics Education* (RME)). Jedná se o činnosti organizace a zkoumání jakéhokoli skutečného nebo imaginárního problému prostředky matematiky. Spočívá v převedení reálného problému do symbolického matematického světa, a naopak, a také z jeho reorganizace a restrukturace v matematickém světě. V procesu matematizace rozlišujeme horizontální a vertikální záhyby (Treffers, 1987).

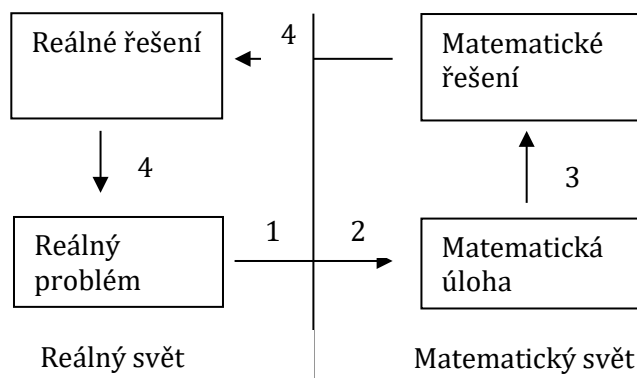
Horizontální matematizace: Jedná se o proces transformace reálného problému prostřednictvím empirického přístupu, pozorování nebo experimentování v matematickém modelu. K činnostem, které charakterizují horizontální matematizaci, obvykle patří vizualizace problému, převedení fyzikálních a lingvistických prostředků do jazyka symbolického a také objevování vztahů (De Lange, 1987).

Vertikální matematizace: Jedná se o proces stanovování hypotéz, argumentace či řešení v prostředí matematického modelu a dále o proces interpretace v kontextu původního problému. Kromě toho lze zahrnout zobecnění řešení i další standardizaci. Činnosti charakteristické pro vertikální matematizaci zahrnují manipulaci s matematickým modelem, zaměření se na konkrétní matematické celky a vztahy, integraci a kombinování různých reprezentací, úpravy nebo vymýšlení nových modelů.



Obrázek 1: Horizontální a vertikální matematizace (Drijvers, 2003)

De Lange (1987) se domnívá, že ve všech fázích matematizace se horizontální i vertikální matematizace prolínají a doplňují a že horizontální aspekt nemusí nutně předcházet vertikálnímu. Zdůrazňuje, že proces matematizace je individuální a může probíhat různými způsoby podle toho, jak jednotliví žáci vnímají reálnou situaci, jaké mají schopnosti a dovednosti. De Lange (2006) má proces matematizace, kterou žák realizuje, kruhový charakter, jak je znázorněno na obrázku výše.



Obrázek 2: Cyklus matematizace (De Lange, 2006, str. 17)

Na obrázku 2 jsou vyznačeny čtyři hlavní cesty matematizace.

(1): Vychází se z empirického reálného problému nebo situace. Žák v problému nebo situaci hledá a identifikuje relevantní matematické pojmy.

- (2): Odstranění nerelevantních prvků, které sice existují, ale nemají souvislost s řešenou úlohou.
- (3): Snaha hledat řešení a problém vyřešit v matematickém světě.
- (4): Snaha interpretovat matematické řešení z hlediska původní reálné situace..