



Konzept für Unterrichtseinheiten

Titel	Die Ökonomie der Natur im Kontrast zum Überkonsum
Alter der Schüler*innen/Klasse	<i>Unterstufe</i>
Dauer der Unterrichtseinheit	<i>3 Unterrichtseinheiten (45-50 Minuten)</i>
Benötigte Materialien	<i>Computer mit GeoGebra, Papier, Stift, Schere</i>
Zielsetzung	<p><i>Die Lehrkraft wird durch die in diesem Konzept beschriebenen Ideen die Möglichkeit haben, dass die Schüler*innen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><i>sich mit dem Modellierungsprozess vertraut machen.</i><i>das Thema Effizienz diskutieren.</i><i>über die Ökonomie der Natur diskutieren (sowohl die minimalen Wege als auch die maximalen Erträge)</i><i>den Unterschied zwischen der Funktionsweise der Natur und der globalen kapitalistischen Wirtschaft mit ihrer Überproduktion und ihrem Überkonsum erkennen.</i><i>die Überbeanspruchung der natürlichen Ressourcen erkennen.</i>
Inhaltsbezogene Ankerpunkte	<p><i>Begründung für die Auswahl der Konzepteinheit: Mathematische Modellierung und kulturell relevante Pädagogik sind beides pädagogische Ansätze, die sich auf das Wissen der Schüler*innen über Alltagssituationen stützen. Die Forschung im Bereich der Mathematikausbildung hat sich noch nicht vollständig mit der Art und Weise befasst, wie sie im Unterricht miteinander verbunden werden können. In unserem Fall schlagen wir vor, eine Interpretation von Kultur als gelebte Erfahrungen der Schüler*innen mit der natürlichen Umwelt zu verwenden, eine Perspektive, die sich aus dem Ansatz „Wissensfundus“ (funds of knowledge) ableitet. Dieser Ansatz kann Wissen nutzen, das für mathematische Aufgaben relevant ist und das bewusst soziale Reflexion zur Aufweichung von Machtverhältnissen und zur Wiederherstellung der sozialen Gerechtigkeit unterstützen kann.</i></p> <p><i>Wir beschreiben fünf beispielhafte Aktivitäten, die den Modellierungsprozess mit analogen und digitalen Werkzeugen zeigen sollen. Diese Aktivitäten sind nicht unabhängig voneinander, sondern werden mit dem Ziel durchgeführt, Diskussionen über die Art und Weise, wie die Natur funktioniert, anzuregen.</i></p>
Methodische Ankerpunkte	<p><i>Dieses Konzept umfasst fünf beispielhafte Aktivitäten. Abhängig von den Rahmenbedingungen der jeweiligen Klasse kann die Lehrkraft entscheiden, ob sie alle oder nur einen Teil davon verwenden und die Idee durch die Entwicklung weiterer Aktivitäten erweitern möchte.</i></p> <p><i>Dieses Konzept schlägt ein pädagogisches Modell vor, das davon ausgeht, dass der Zyklus der mathematischen Modellierung Schlüsselmomente für den Zugang zum</i></p>

kulturbasierenden Wissen der Schüler*innen bietet und dass dieser Ansatz die Schwächen typischer Umsetzungen kulturell relevanter Pädagogik beheben kann.

Aktivität 1

In dieser Aktivität geht es darum, die Ebene mit (gleich großen) regelmäßigen Vielecken abzudecken. Die Schüler*innen sollen die Ebene mit Quadraten bedecken.

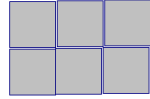


Abbildung 1

Die Schüler*innen sollen die Ebene mit gleichseitigen Dreiecken bedecken.

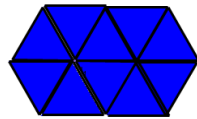


Abbildung 2

Die Schüler*innen sollen die Ebene mit regelmäßigen Sechsecken bedecken.

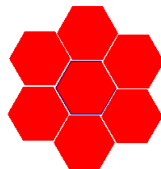


Abbildung 3

Die Deutung, warum die einzigen regelmäßigen Formen, die die Ebene überdecken, das Quadrat, das gleichseitige Dreieck sowie das Sechseck sind, ist eine der grundlegenden Fragen im Rahmen dieser Aktivität.

Aktivität 2

Bei dieser Aktivität erhalten die Schüler*innen gleich große rechteckige Papierstreifen ABCD und werden gebeten, die folgenden Konstruktionen (wie in Abbildung 4 gezeigt) durchzuführen:

- (a) Die Seitenfläche eines geraden quadratischen Prismas, indem man den Papierstreifen in vier gleiche Abschnitte unterteilt.
- (b) die Seitenfläche eines geraden sechseckigen Prismas, indem man den Papierstreifen in sechs gleiche Abschnitte unterteilt.
- (c) die Seitenfläche eines geraden dreieckigen Prismas, indem der Papierstreifen in drei gleiche Abschnitte unterteilt wird.

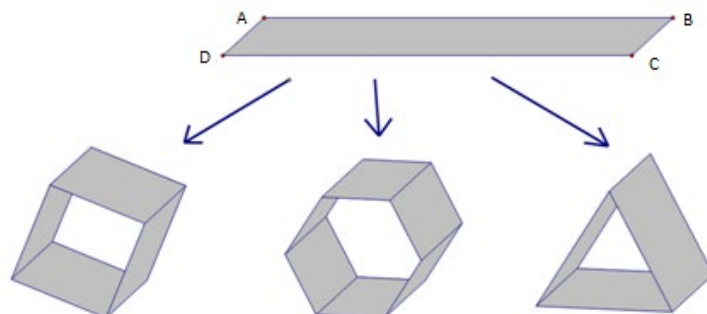


Abbildung 4

Das Hauptziel dieser Aktivität ist es, dass die Schüler*innen erkennen, dass mit dem gleichen Baumaterial – Papierstreifen – verschiedene Arten von Körpern mit unterschiedlichem Volumen (die für Aktivität 3 als Lagerraum benutzt werden) gebaut werden können. Die Wahl des Papiers ist weniger entscheidend, die Lehrkräfte können auch andere Formen vorschlagen.

Aktivität 3

Bei dieser Aktivität erhalten die Schüler*innen geeignetes Material, z. B. Reis, um die verschiedenen Lagerräume zu füllen, und werden aufgefordert, zu überlegen und zu entscheiden, welcher der Lageräume der größte ist, dh. welcher das größte Volumen hat.

Aktivität 4

In dieser Aktivität werden die Schüler*innen darin unterstützt, um mit Hilfe algebraischer Berechnungen zu zeigen, dass das sechseckige Prisma der größte Lagerraum ist, während das dreieckige Prisma der kleinste ist.

Aktivität 5

In dieser Aktivität wird den Schüler*innen die Möglichkeit gegeben, durch die mathematische Modellierung – siehe Anhang – zur Verallgemeinerung der Anordnung von Sechseck-, Quadrat- und Dreiecksflächen unter Verwendung der Software GeoGebra überzugehen. Ein Screenshot ist in Abbildung 5 dargestellt. Diese Datei enthält drei dynamisch interagierende Darstellungen. Der geradlinige Abschnitt AB stellt das Baumaterial dar, dessen Länge gleich den Umfängen der regelmäßigen Polygone – Sechseck, Viereck, Dreieck – sowie den Graphen, die ihren Flächen entsprechen, ist.

Wenn die Länge von AB variiert, wird deutlich, dass die Punkte des Graphen der Fläche des Sechsecks immer über den Punkten des Graphen des Quadrats liegen, während die Punkte des Graphen der Fläche des Dreiecks immer unter den Punkten des Graphen der Fläche des Quadrats liegen.

Durch diese Übung erhalten die Schüler die Möglichkeit, Vermutungen über die Form der Zellen von Bienenwaben anzustellen und herauszufinden, dass die Verwendung regelmäßiger sechseckiger Zellen die Bienen in Bezug auf die Flächenbedeckung und die Konstruktion optimaler Lagerräume zufriedenstellt (siehe Abbildung 6).

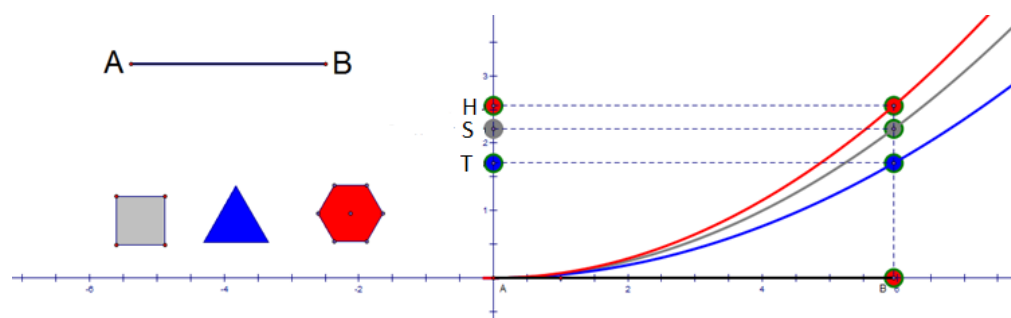


Abbildung 5 (H...Flächeninhalt Hexagon, S...Flächeninhalt Quadrat, T...Flächeninhalt Dreieck)



Abbildung 6

Sprachliche Ankerpunkte

*Das Konzept ist so gestaltet, dass es Sprachbarrieren überwinden und Schüler*innen mit unterschiedlichem Sprachhintergrund und aus verschiedenen Kulturen willkommen heißt. Das geforderte Sprachniveau ist einfach, und es wird vorgeschlagen, Bilder zu verwenden, um typische sprachliche Einschränkungen zu verringern und die Beteiligung der Schüler*innen zu erhöhen.*

Anhang

Der Prozess der mathematischen Modellierung ist mit der Mathematisierung verbunden. Das Konzept der Mathematisierung hat seinen Ursprung in der Theorie der Realistischen Mathematikdidaktik (realistic mathematics education, RME) und bezieht sich auf Aktivitäten zur Organisation und Untersuchung jeglicher Art von realen oder imaginären Problemen mit mathematischen Mitteln. Sie besteht darin, das reale Problem in die symbolische mathematische Welt zu übersetzen und umgekehrt, sowie es in der Welt der Mathematik zu reorganisieren und zu rekonstruieren. Im Prozess der Mathematisierung werden horizontale und vertikale Aspekte unterschieden (Treffers, 1987).

Horizontale Mathematisierung: *Es handelt sich um einen Transformationsprozess eines realistischen Problems durch einen empirischen Ansatz, eine Beobachtung oder ein Experiment in ein mathematisches Modell. Zu den Aktivitäten, die die horizontale Mathematisierung kennzeichnen, gehören in der Regel die Visualisierung des Problems, die Übersetzung von physikalischen und sprachlichen Ansätzen in symbolische Ausdrücke sowie die Entdeckung von Beziehungen (De Lange, 1987).*

Vertikale Mathematisierung: *Es handelt sich um Prozesse der Vermutung, Argumentation oder Lösung innerhalb der Umgebung des mathematischen Modells und deren Interpretation aus der Sicht des ursprünglichen Problems. Darüber hinaus können die Verallgemeinerung der Lösung sowie die weitere Standardisierung einbezogen werden. Zu den Aktivitäten, die für die vertikale Mathematisierung charakteristisch sind, gehören die Manipulation des mathematischen Modells, die Konzentration auf bestimmte mathematische Einheiten und Beziehungen, die Integration und Kombination verschiedener Darstellungen sowie die Modifizierung oder Entwicklung neuer Modelle.*

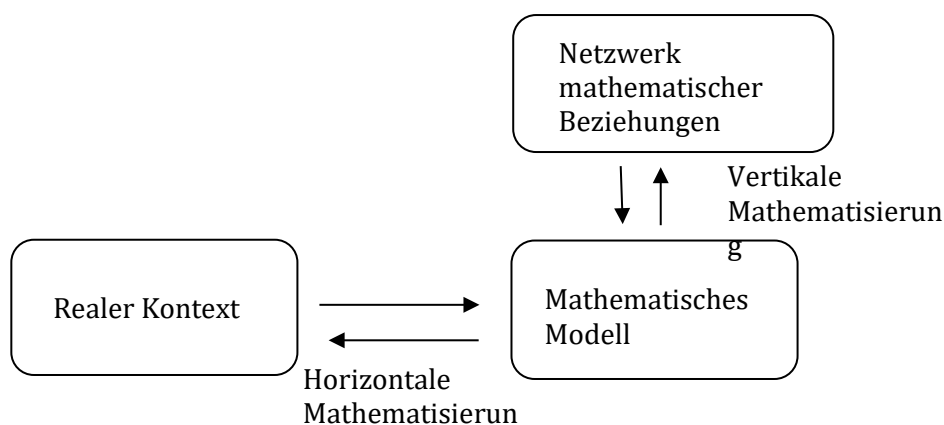


Abbildung 1: Horizontale und vertikale Mathematisierung (nach Drijvers, 2003)

De Lange (1987) ist der Ansicht, dass in allen Phasen der Mathematisierungsaktivität sowohl die horizontale als auch die vertikale Mathematisierung ineinandergreifen und sich gegenseitig ergänzen, und dass der horizontale Aspekt nicht unbedingt dem vertikalen vorausgeht. Er betont, dass der Prozess der Mathematisierung individuell ist und je nach der Wahrnehmung der realen Situation, den Fähigkeiten und der Problemlösungskompetenz der einzelnen Schüler*innen unterschiedliche Wege einschlagen kann. Nach De Lange (2006) hat der Prozess der Mathematisierung, der von den Schüler*innen durchgeführt wird, einen zirkulären Charakter, wie in Abbildung 2 dargestellt.

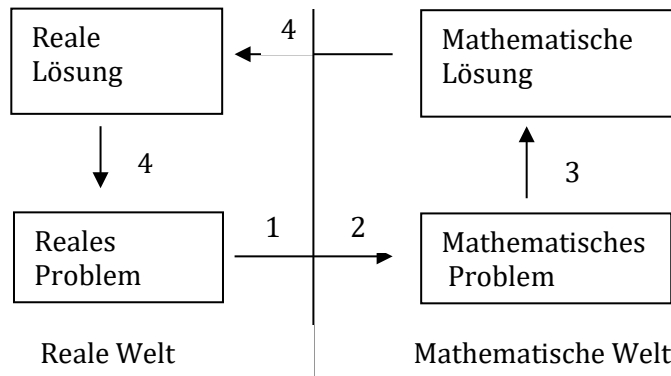


Abbildung 2: Mathematisierungskreislauf (nach DeLange, 2006, S. 17)

Die Abbildung zeigt die vier Hauptwege der Mathematisierung.

- (1) Ausgehend von einem realen Problem oder einer realen Situation beginnen die Schüler*innen den Prozess des Verstehens, indem sie die relevanten mathematischen Konzepte darin identifizieren.
- (2) Entfernung irrelevanter Elemente, die zwar real existieren, aber nicht mit dem Problem oder dessen (mathematischer) Lösung in Verbindung stehen.
- (3) Versuch, das Problem in der mathematischen Welt zu lösen (oder zumindest mögliche Lösungen zu entwickeln)
- (4) Versuch, die mathematische Lösung unter dem Gesichtspunkt der ursprünglichen, realen Situation zu interpretieren.