

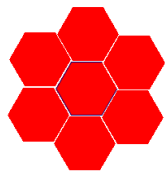


Ιδέες για διδακτικές ενότητες-Μαθηματική μοντελοποίηση

Τίτλος	Αντιπαραβολή της οικονομίας της φύσης με την υπερκατανάλωση στο πλαίσιο του καπιταλισμού.
Εισαγωγή	Οι προτεινόμενες δραστηριότητες αυτής της προσέγγισης υιοθετούν τη λογική της μαθηματικής μοντελοποίησης με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων καθώς και απτικού υλικού. Αποτελούν παράδειγμα μαθηματικοποίησης μιας ρεαλιστικής κατάστασης που αφορά τσο σχήμα του κελιών της κυψέλης των μελισσών. Το θέμα αυτό θα αποτελέσει την αφετηρία ενός ευρύτερου πλαισίου διαλόγων σχετικών με την οικονομία της φύσης με κύρια χαρακτηριστικά τις ελάχιστες ενέργειες, τις ελάχιστες διαδρομές καθώς και τις μέγιστες αποδόσεις, σε αντίθεση με την παγκόσμια καπιταλιστική οικονομία με κύρια χαρακτηριστικά την υπερπαραγωγή, την υπερκατανάλωση, καθώς και την υπεράντληση των φυσικών πόρων.
Ηλικία των μαθητών	Μαθητές Γυμνασίου σε όλες τις τάξεις ανάλογα πως θα διαμορφώσει ο/η εκπαιδευτικός τη διδακτική ενότητα με βάση την ιδέα που προτείνεται
Χρονική διάρκεια	3 x 45 λεπτά
Απαιτούμενα υλικά	Υπολογιστής με το ελεύθερο λογισμικό Geogebra. Χαρτί, μολύβι & ψαλίδι
Στόχοι	<p>Ο εκπαιδευτικός μέσα από τις ιδέες που περιγράφονται σε αυτήν την εννοιολογική ενότητα δίνει την ευκαιρία στους μαθητές/τριες να:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ εξοικειωθούν με τη διαδικασία μοντελοποίησης.➤ συζητήσουν θέματα για τις ενέργειες.➤ συζητήσουν για την οικονομία της φύσης (τις ελάχιστες διαδρομές καθώς και τις μέγιστες αποδόσεις)➤ συνειδητοποιήσουν τη διαφορά του τρόπου λειτουργίας της φύσης σε αντίθεση με την παγκόσμια καπιταλιστική οικονομία της υπερπαραγωγής και της υπερκατανάλωσης.➤ συνειδητοποιήσουν την υπεράντληση των φυσικών πόρων.

<p>Βασικά σημεία του περιεχομένου</p>	<p><u>Αιτιολόγηση της επιλογής της έννοιας.</u></p> <p>Η μαθηματική μοντελοποίηση και η πολιτισμικά σχετική παιδαγωγική είναι και οι δύο παιδαγωγικές προσεγγίσεις που βασίζονται στη γνώση των μαθητών για τις καθημερινές καταστάσεις, ωστόσο η έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση δεν έχει μελετήσει πλήρως τους τρόπους με τους οποίους μπορούν να συνυπάρξουν στην τάξη. Στην περίπτωση μας προτείνουμε να χρησιμοποιήσουμε μια ερμηνεία της κουλτούρας ως βιωμένες εμπειρίες των μαθητών από το φυσικό περιβάλλον, μια θεώρηση που αντλείται από την προσέγγιση σχετικά με την αξιοποίηση των πόρων γνώσης, η οποία μπορεί να αποκαλύψει γνώση που είναι σχετική με μαθηματικά έργα και που μπορεί να υποστηρίξει τον κοινωνικά συνειδητό προβληματισμό για άμβλυνση σχέσεων εξουσίας και αποκατάσταση της κοινωνικής δικαιοσύνης.</p> <p>Το έργο αναπτύσσεται σε πέντε ενδεικτικές δραστηριότητες που υποδηλώνουν τη διαδικασία μοντελοποίησης με απτικά και ψηφιακά εργαλεία. Οι δραστηριότητες δεν είναι ανεξάρτητες η μία από την άλλη αλλά ακολουθούνται με στόχο να δώσουν αφορμή για συζητήσεις για τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η φύση.</p>
<p>Βασικά μεθοδολογικά σημεία</p>	<p>Αυτή η ενότητα περιλαμβάνει αυτές τις πέντε ενδεικτικές δραστηριότητες. Ανάλογα με το πλαίσιο κάθε τάξης, ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να αποφασίσει να τις χρησιμοποιήσει όλες ή μέρος και επίσης να επεκτείνει την ιδέα αναπτύσσοντας περισσότερες δραστηριότητες σχετικές με τη διαδικασία μοντελοποίησης¹ με απτικά και ψηφιακά εργαλεία.</p> <p>Αυτή η ιδέα προτείνει ένα παιδαγωγικό μοντέλο, υποδεικνύοντας ότι ο κύκλος της μαθηματικής μοντελοποίησης παρέχει βασικές στιγμές για την πρόσβαση στις πολιτισμικά βασισμένες γνώσεις των μαθητών και ότι αυτή η προσέγγιση μπορεί να αντιμετωπίσει τις αδυναμίες στις τυπικές εφαρμογές της πολιτισμικά σχετικής παιδαγωγικής.</p> <p>Δραστηριότητα1</p> <p>Η δράση αυτή συζητά το ζήτημα της κάλυψης του επιπέδου με κανονικά πολύγωνα. Ζητείται από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν κάλυψη του επιπέδου με ίσα τετράγωνα.</p> <div data-bbox="456 1332 600 1429" data-label="Image"> </div> <p>Εικόνα 1</p> <p>Ζητείται από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν κάλυψη του επιπέδου με ίσα ισόπλευρα τρίγωνα.</p> <div data-bbox="467 1615 660 1727" data-label="Image"> </div> <p>Εικόνα 2</p> <p>Ζητείται από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν κάλυψη του επιπέδου με ίσα εξάγωνα.</p>

¹ Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη μοντελοποίηση μπορείτε να βρείτε στο παράρτημα.



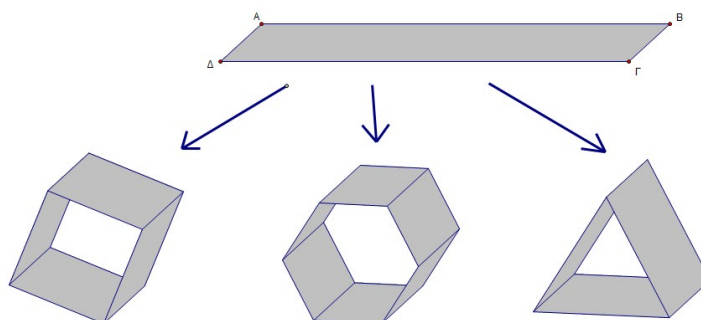
Εικόνα 3

Η ερμηνεία του γιατί τα μόνα κανονικά σχήματα που καλύπτουν το επίπεδο είναι το τετράγωνο, το ισόπλευρο τρίγωνο καθώς και το εξάγωνο είναι ένα από τα βασικά ερωτήματα που έχει αξία να συζητηθεί κατά τη διάρκεια της 1^{ης} δράσης.

Δραστηριότητα 2

Στη δράση αυτή δίνονται στους μαθητές ίσες ορθογώνιες λωρίδες χαρτιού ΑΒΓΔ και ζητείται να κατασκευάσουν όπως φαίνεται στην εικόνα 4:

- (α) την παράπλευρη επιφάνεια ενός ορθογώνιου τετραγωνικού πρίσματος με τη διαμέριση της χάρτινης λωρίδας σε τέσσερα ίσα τμήματα.
- (β) την παράπλευρη επιφάνεια ενός ορθογώνιου εξαγωνικού πρίσματος με τη διαμέριση της χάρτινης λωρίδας σε έξι ίσα τμήματα.
- (γ) την παράπλευρη επιφάνεια ενός ορθογώνιου τριγωνικού πρίσματος με τη διαμέριση της χάρτινης λωρίδας σε τρία ίσα τμήματα.



Picture 4

Βασικός στόχος αυτής της δράσης είναι να συνειδητοποιήσουν οι μαθητές ότι με τη χρήση του ίδιου δομικού υλικού-λωρίδες χαρτί κατασκευάζονται διαφορετικού τύπου-όγκου αποθηκευτικοί χώροι. Η επιλογή χαρτιού είναι ενδεικτική. Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να προτείνουν διαφορετικά υλικά.

Δραστηριότητα 3

Στη δράση αυτή δίνεται στους μαθητές κατάλληλο υλικό, π.χ. ρύζι για την πλήρωση των διαφορετικών αποθηκευτικών χώρων και ζητείται να αποφασίσουν ποιά από τις αποθήκες είναι η μεγαλύτερη, έχει δηλαδή το μεγαλύτερο όγκο.

Βασικός στόχος αυτής της δράσης είναι να εικάσουν οι μαθητές ότι το εξαγωνικό πρίσμα αποτελεί τη μεγαλύτερη αποθήκη ενώ το τριγωνικό πρίσμα τη μικρότερη.

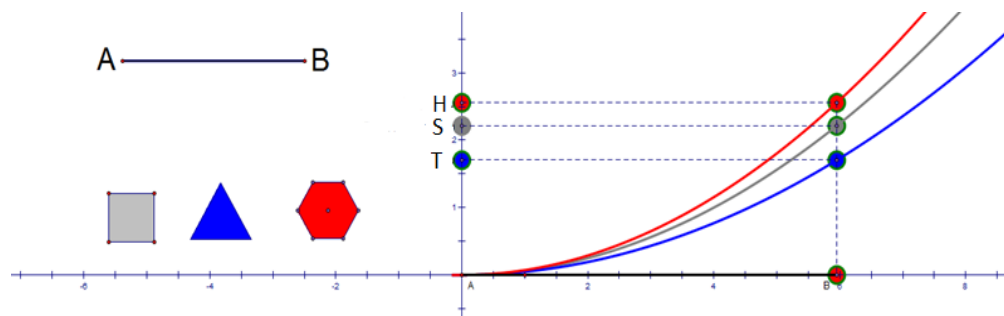
Δραστηριότητα 4

Στη δράση αυτή οι μαθητές υποστηρίζονται να επιβεβαιώσουν με τη χρήση αλγεβρικού συμβολισμού ότι το εξαγωνικό πρίσμα αποτελεί τη μεγαλύτερη αποθήκη ενώ το τριγωνικό πρίσμα τη μικρότερη.

Δραστηριότητα 5

Στη δράση αυτή δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να προχωρήσουν σε οπτικοποιημένη γενίκευση της διάταξης των εμβαδών εξαγώνου, τετραγώνου και τριγώνου με τη χρήση λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας-Geogebra. Ένα στιγμιότυπο παρουσιάζεται στην εικόνα 5. Το αρχείο αυτό περιλαμβάνει τρεις

δυναμικά αλληλεπιδρούσες αναπαραστάσεις. Το ευθύγραμμο τμήμα AB αντιπροσωπεύει το δομικό υλικό που το μήκος του αντιστοιχεί στις περιμέτρους των κανονικών πολυγώνων-εξάγωνο, τετράγωνο, τρίγωνο καθώς και τις γραφικές παραστάσεις που αντιστοιχούν στα εμβαδά τους. Μεταβάλλοντας το μήκος AB γίνεται εμφανές ότι τα σημεία της γραφικής παράστασης του εμβαδού του εξαγώνου βρίσκονται πάντα πάνω από τα σημεία της γραφικής παράστασης του τετραγώνου, ενώ τα σημεία της γραφικής παράστασης του εμβαδού του τριγώνου βρίσκονται πάντα κάτω από τα σημεία της γραφικής παράστασης του εμβαδού του τετραγώνου



Εικόνα 5

H: Εμβαδόν Εξαγώνου, S: Εμβαδόν Τετραγώνου, T: Εμβαδόν Τριγώνου



Εικόνα 6

**Βασικά
σχετικά
γλώσσα** **ζητήματα
με τη**

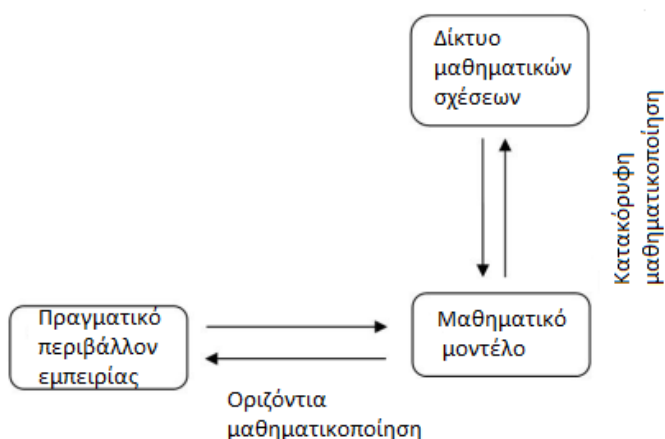
Οι έννοιες διαμορφώνονται με τέτοιο τρόπο ώστε να ξεπερνούν τα γλωσσικά εμπόδια και να καλωσορίζουν μαθητές από διαφορετικά γλωσσικά υπόβαθρα και πολιτισμούς. Το απαιτούμενο επίπεδο γλώσσας είναι βασικό και οι εικόνες προτείνεται να χρησιμοποιηθούν για τη μείωση των τυπικών γλωσσικών περιορισμών και την αύξηση της συμμετοχής των μαθητών.

Παράρτημα

Η διαδικασία της μαθηματικής μοντελοποίησης σχετίζεται με τη μαθηματικοποίηση-mathematization. Η έννοια της μαθηματικοποίησης έχει την προέλευση της στη θεωρία της Ρεαλιστικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης—Realistic Mathematics Education (RME)— και αναφέρεται σε δραστηριότητες οργάνωσης και μελέτης οποιουδήποτε είδους πραγματικού ή φανταστικού προβλήματος με μαθηματικά μέσα. Συνίσταται στη μετάφραση του ρεαλιστικού προβλήματος στο συμβολικό μαθηματικό κόσμο και αντίστροφα, καθώς και την αναδιοργάνωση και ανακατασκευή του στον κόσμο των μαθηματικών. Στη διαδικασία της μαθηματικοποίησης διακρίνονται οριζόντιες και κάθετες πτυχές (Treffers, 1987).

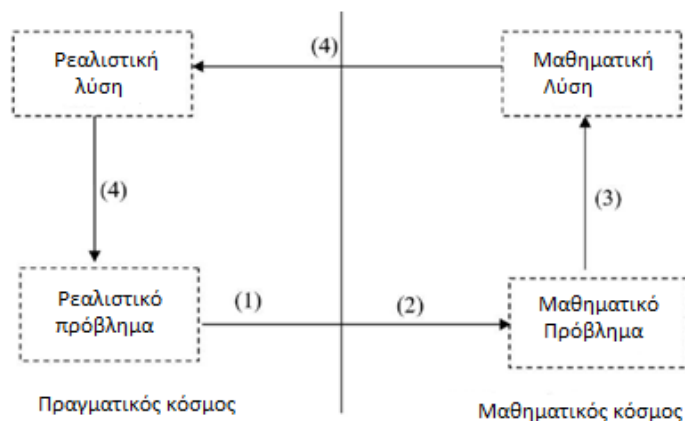
Οριζόντια μαθηματικοποίηση: Αφορά μια μετασχηματιστική διαδικασία ενός ρεαλιστικού προβλήματος μέσα από μια εμπειρική προσέγγιση, παρατήρηση ή πειραματισμό σε ένα μαθηματικό μοντέλο. Οι δραστηριότητες που χαρακτηρίζουν την οριζόντια μαθηματικοποίηση περιλαμβάνουν συνήθως την οπτικοποίηση του προβλήματος, τη μετάφραση φυσικών και γλωσσικών προσεγγίσεων σε συμβολικές εκφράσεις με διάφορους τρόπους καθώς και την ανακάλυψη σχέσεων (De Lange, 1987).

Κατακόρυφη μαθηματικοποίηση: Αφορά διαδικασίες εικασίας, επιχειρηματολογίας ή επίλυσης εντός του περιβάλλοντος του μαθηματικού μοντέλου και ερμηνείας αυτών από την άποψη του αρχικού προβλήματος. Επιπλέον μπορεί να συμπεριληφθεί η γενίκευση της λύσης καθώς και η περεταίρω τυποποίηση. Οι δραστηριότητες που χαρακτηρίζουν την κατακόρυφη μαθηματικοποίηση περιλαμβάνουν το χειρισμό του μαθηματικού μοντέλου, την εστίαση σε συγκεκριμένες μαθηματικές οντότητες και σχέσεις, την ενσωμάτωση και το συνδυασμό διαφορετικών αναπαραστάσεων, την τροποποίηση ή την επινόηση νέων μοντέλων.



Εικόνα 1: Οριζόντια και κατακόρυφη μαθηματικοποίηση (από Drijvers, 2003)

Ο De Lange, (1987) θεωρεί ότι σε όλες τις φάσεις της δραστηριότητας της μαθηματικοποίησης, τόσο η οριζόντια όσο και η κατακόρυφη μαθηματικοποίηση αλληλοεμπλέκονται και αλληλοσυμπληρώνονται καθώς και ότι η οριζόντια πτυχή δεν προηγείται απαραίτητως της κατακόρυφης. Τονίζει ότι η διαδικασία μαθηματικοποίησης είναι προσωπική και μπορεί να πάρει διαφορετικές διαδρομές ανάλογα με την αντίληψη των μαθητών για την ρεαλιστική κατάσταση, τις δεξιότητές τους και τις ικανότητες επίλυσης. Σύμφωνα με τον De Lange (2006), η διαδικασία της μαθηματικοποίησης, η οποία εκτελείται από το μαθητή, έχει κυκλικό χαρακτήρα όπως παρουσιάζεται στην εικόνα 2.



Εικόνα 2: Ο κύκλος της μαθηματικοποίησης (από De Lange, 2006, p.17)

Στην εικόνα 2 σημειώνονται οι τέσσερις βασικές πορείες της μαθηματικοποίησης.

- (1): Από ένα εμπειρικό πραγματικό πρόβλημα ή κατάσταση, ο μαθητής ξεκινά τη διαδικασία κατανόησής του εντοπίζοντας τις σχετικές μαθηματικές έννοιες μέσα σε αυτό.
- (2): Απομάκρυνση των άσχετων στοιχείων που υπάρχουν στην πραγματικότητα και δε σχετίζονται με το πρόβλημα.
- (3): Προσπάθεια εικασίας ή επίλυσης του προβλήματος στο μαθηματικό κόσμο.
- (4): Προσπάθεια ερμηνείας της μαθηματικής λύσης από την άποψη της αρχικής, ρεαλιστικής κατάστασης.

Αναφορές

- De Lange, J. (1987). Mathematics insight and meaning. Dissertation. Utrecht, the Netherlands: OW & OC.
- Drijvers, P. H. M. (2003). Learning algebra in a computer algebra environment: Design research on the understanding of the concept of parameter. Dissertation. Utrecht, the Netherlands: CD-B Press.
- Treffers, A. (1987). Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction-The Wiskobas project. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.