



Concepts for teaching units-Mathematical modeling

Titolo	<i>Il contrasto fra l'economia della natura ed il consumo eccessivo dello schema capitalistico</i>
Introduzione	<p>Le attività proposte in quest'unità adottano modelli logico matematici utilizzando strumenti e materiali digitali. Si tratta di un esempio di matematizzazione di una situazione realistica: in questo caso la forma delle cellette degli alveari.</p> <p>L'argomento costituirà un punto di partenza per un contesto più ampio di dialoghi relativi all'economia della natura che ha come caratteristiche principali le azioni minime, i percorsi minimi così come i rendimenti massimi, in contrasto con l'economia capitalista globale che ha come caratteristiche principali la sovrapproduzione, il consumo eccessivo e l'eccessivo sfruttamento di risorse naturali.</p>
Età degli studenti/grado	Scuola secondaria di primo grado
Durata dell'unità	3 x 45 minuti
Materiali necessari	Computer con il software Geogebra. Carta, matita e forbici
Obiettivi	<p>L'insegnante attraverso le idee descritte in questa unità darà l'opportunità ai suoi studenti di mettere in pratica le seguenti azioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> ☐ Familiarizzare con i processi di modellizzazione ☐ Discutere su argomenti relativi ai vari tipi di energia. ☐ Discutere sulle caratteristiche dell'economia della natura (percorsi minimi e rendimenti massimi) ☐ Rendersi conto della differenza, il contrasto, insito fra il modo in cui funziona la natura e quello dell'economia del capitalismo globale, con sovrapproduzione e consumo eccessivo. ☐ Riflettere e rendersi conto dello sfruttamento eccessivo delle risorse naturali
Punti principali relativi al contenuto	<p><i>Giustificazione della scelta dell'unità.</i></p> <p>Il modelling e la pedagogia culturalmente rilevante sono entrambi approcci pedagogici che si basano sulla conoscenza delle situazioni quotidiane da parte degli studenti. Tuttavia la ricerca sulla didattica della matematica non si è occupata pienamente dei modi in cui questi due fattori possono essere uniti in classe. Nel nostro caso proponiamo di utilizzare un'interpretazione della cultura come esperienze vissute dagli studenti dell'ambiente naturale, in una prospettiva che parta da basi di conoscenza che siano rilevanti anche per i compiti matematici. Tutto ciò può, però, anche supportare una riflessione socialmente consapevole per un futuro</p>

di giustizia sociale

Il processo di modelling è connotato da cinque attività condotte con strumenti tattili e digitali. Non si tratta di attività indipendenti l'una dall'altra: lo scopo è quello di sollecitare la discussione e la riflessione su come funziona la natura.

Questa unità comprende queste cinque attività indicative. A seconda della classe scelta, l'insegnante può decidere di utilizzarle tutte o una parte, oppure ampliare l'idea sviluppando ulteriori attività.

Questo "concept" propone un modello pedagogico, suggerendo che la metodologia del modelling matematico possa dare agli studenti una chiave per accedere a conoscenze culturali pedagogicamente rilevanti.

Attività 1

In questa fase si discute di come poter ricoprire un piano con poligoni regolari. Agli studenti viene richiesto di ricoprire il piano individuato con quadrati tutti congruenti.



Figura 1

Agli studenti viene richiesto di ricoprire il piano individuato con triangoli equilateri tutti congruenti.

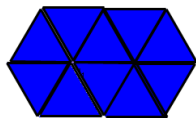


Figura 2

Agli studenti viene richiesto di ricoprire il piano individuato con esagoni tutti congruenti.

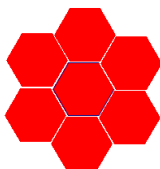


Figura 3

Una delle principali riflessioni che vengono poste in questa prima attività è relativa al motivo per cui le uniche figure piane regolari che possono ricoprire il piano sono quadrato, triangolo equilatero ed esagono regolare.

Attività 2

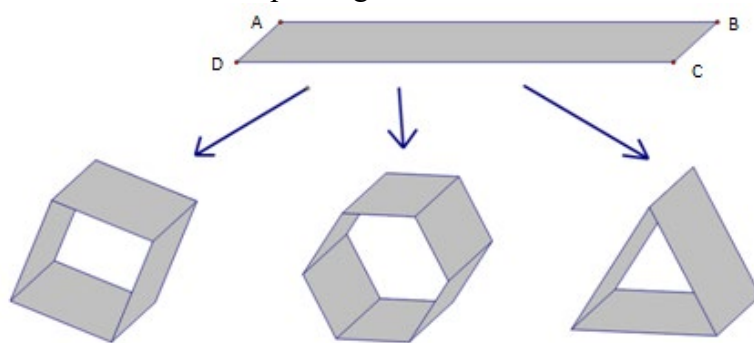
In questa attività agli studenti vengono date strisce di carta rettangolari tutte uguali (ABCD) e viene loro chiesto di costruire le figure mostrate in fig. 4:

(a) la superficie laterale di un prisma rettangolare a base quadrata dividendo la striscia di carta in quattro parti uguali.

Punti principali
relativi alla
metodologia

b) la superficie laterale di un prisma regolare a base esagonale dividendo la striscia di carta in sei sezioni uguali.

(c) la superficie laterale di un prisma regolare a base triangolare, dividendo la striscia di carta in tre parti uguali.



Lo scopo principale di questa attività è di far capire agli studenti come, utilizzando lo stesso tipo di striscia di carta, si possono costruire spazi contenenti differenti volumi. La scelta della carta è indicativa. Gli insegnanti possono suggerire altre forme.

Attività 3

In questa attività agli studenti viene consegnato del materiale, ad esempio riso, adatto per riempire spazi diversi. Viene loro chiesto di riflettere e decidere quale tipo di contenitore è più grande o ha il volume maggiore.

Attività 4

In questo caso, gli studenti vengono condotti a confermare, mediante l'uso di strumenti algebrici, che il prisma esagonale è il contenitore maggiore, mentre quello a base triangolare è il più piccolo.

Attività 5

In questa attività, gli studenti hanno l'opportunità di fare modeling - vedi allegato - procedendo alla generalizzazione della disposizione delle aree di esagono, quadrato e triangolo utilizzando il software di geometria dinamica Geogebra. Uno screenshot è mostrato in figura 5. Questo file include tre rappresentazioni che interagiscono in modo dinamico.

La sezione rettilinea AB rappresenta il materiale da costruzione la cui lunghezza corrisponde ai perimetri dei poligoni regolari-esagono, quadrato, triangolo nonché i grafici corrispondenti alle loro aree.

Al variare della lunghezza di AB risulta evidente che i punti del grafico dell'area dell'esagono sono sempre al di sopra dei punti del grafico del quadrato, mentre i punti del grafico dell'area del triangolo sono sempre al di sotto dei punti del grafico dell'area del quadrato.

Attraverso questa attività viene data agli studenti la possibilità di riflettere sulla forma delle celle dell'alveare nonché di scoprire che l'utilizzo di celle esagonali regolari è la migliore per le api sia in relazione alla copertura della superficie che alla costruzione di contenitori con la capienza maggiore possibile, figura 8.

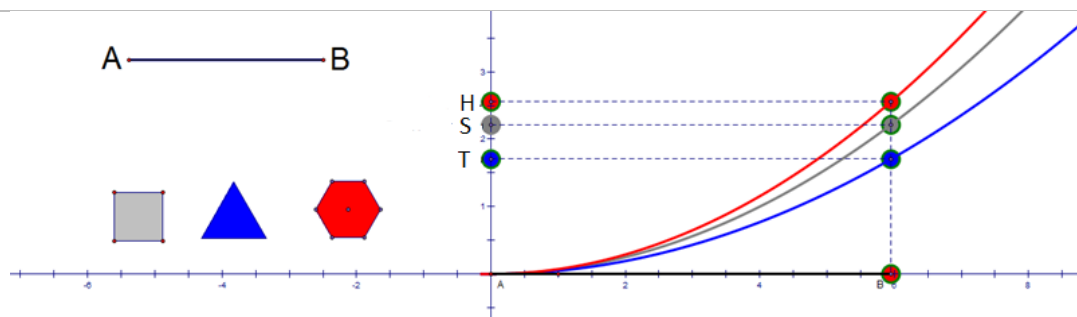


Figura 8

**Punti principali
relativi al
linguaggio**

I “concepts” sono formati in modo da superare le barriere linguistiche ed accogliere differenti backgrounds linguistici e culturali. Il livello linguistico richiesto è di base ed anche i prerequisiti linguistici per comprendere le caratteristiche delle figure sono minimi per poter ridurre al minimo le difficoltà linguistiche e permettere una più agevole partecipazione degli studenti

Allegato

Il processo di modeling matematico è correlato con la matematizzazione

Il concetto di “matematizzazione” ha origine nella Teoria della Educazione Matematica Realistica (RME) e si riferisce ad attività che organizzano e studiano problemi reali ed immaginari attraverso strumento matematici.

Consiste nel tradurre il problema pratico in linguaggio matematico simbolico e viceversa, così come riorganizzarli e ricostruirli nel mondo della matematica. Nel processo della matematizzazione si distinguono l’aspetto verticale e quello orizzontale (Treffers, 1987).

Matematizzazione Orizzontale: si tratta di trasformare un problema realistico attraverso un approccio empirico, con osservazione e sperimentazione, in un modello matematico. Le attività che hanno a che fare con la matematizzazione orizzontale includono, generalmente, la visualizzazione del problema, la traduzione dell’approccio fisico e linguistico in espressioni simboliche di vario tipo, così come la scoperta delle relazioni (De Lange, 1987).

Matematizzazione Verticale: si tratta processi di congettura, argomentazione o soluzione partendo dal modello matematico e la loro interpretazione dal punto di vista del problema originario. Inoltre si includono anche la generalizzazione della soluzione così come un’ulteriore standardizzazione. Le attività caratteristiche della matematizzazione verticale includono la manipolazione del modello matematico, l’attenzione a specifiche entità e relazioni matematiche, integrando e combinando differenti rappresentazioni, modificando o inventando nuovi modelli.

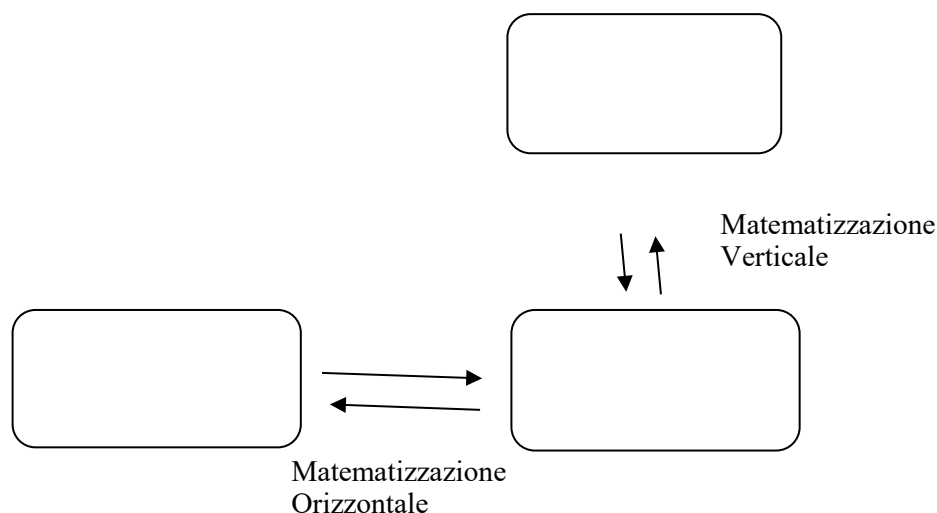


Figura 1: Matematizzazione orizzontale e verticale (by Drijvers, 2003)

De Lange (1987) ritiene che in tutte le fasi della matematizzazione, sia essa verticale che orizzontale, si intreccino e completino a vicenda, e che l'aspetto orizzontale non necessariamente preceda quello verticale. Egli pone l'accento sul fatto che il processo di matematizzazione è personale e può avere percorsi differenti a seconda della percezione del singolo studente, della situazione realistica, delle abilità e competenze. De Lange (2006) ritiene che il processo di matematizzazione condotto dallo studente abbia caratteristiche circolari, come mostrato nella figura 2.

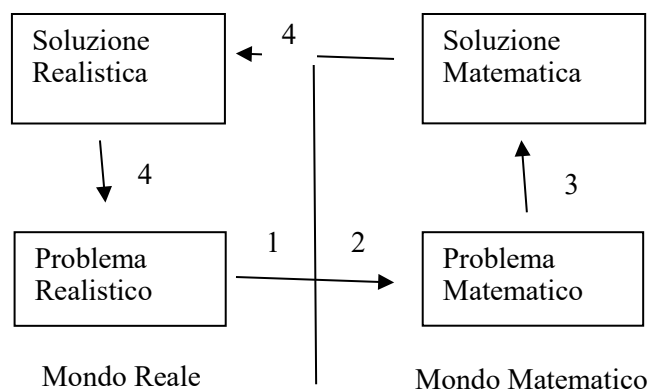


Figura 2: Il ciclo della Matematizzazione (De Lange, 2006, p.17)

La figura mostra i quattro principali passaggi della matematizzazione.

(1): Da una situazione o un problema reale empirico, lo studente inizia il processo di comprensione identificando i concetti matematicamente rilevanti.

(2): Rimozione degli elementi che non sono rilevanti e che sussistono e non sono correlati con il problema.

(3): Tentativo di ipotizzare o risolvere il problema nel mondo matematico

(4): Tentativo di interpretare la soluzione matematica dal punto di vista della situazione iniziale realistica.