



Περιγραφή Ενότητας

Τίτλος	Συγκριτική δημογραφική εξέλιξη
Ηλικία μαθητών/τάξη	16 ετών/ 1η τάξη λυκείου
Διάρκεια ενότητας	1 μάθημα (50 λεπτά)
Μαθηματικό θέμα	Εφαρμογή εκθετικών συναρτήσεων
Προαπαιτούμενες γνώσεις	<ul style="list-style-type: none">Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να κατασκευάζουν εκθετικές συναρτήσεις από ζεύγη τιμών.Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν τον όρο χρόνος διπλασιασμού.Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να υπολογίσουν το χρόνο διπλασιασμού και να το διαβάσουν γραφικά.
Απαιτούμενα υλικά	<ul style="list-style-type: none">χαρτί ή σημειωματάριο για την επίλυση των εργασιών, εάν δεν υπάρχει αρκετός χώρος στο φύλλο προδιαγραφώνείδη γραφήςαριθμομηχανή
Στόχοι	<ul style="list-style-type: none">Οι μαθητές μπορούν να αναγνωρίσουν εκθετικές σχέσεις (μέσω εξίσωσης (formula) και πινάκων, οι μαθητές μπορούν να αναγνωρίσουν δεδομένες εκθετικές συναρτήσεις ως εκθετικές συναρτήσεις και μπορούν να αλλάξουν μεταξύ αυτών των μορφών.Οι μαθητές γνωρίζουν τον όρο χρόνος διπλασιασμού και μπορούν να υπολογίσουν τις αντίστοιχες τιμές και να τις ερμηνεύσουν σε πλαίσιο.Οι μαθητές γνωρίζουν τις χαρακτηριστικές ιδιότητες μιας εκθετικής συνάρτησης και μπορούν να τις ερμηνεύσουν σε πλαίσιο.
Σημειώσεις σχετικά με την εργασία με μετανάστες μαθητές	<ul style="list-style-type: none">Σε αυτή την εργασία, οι μαθητές με μεταναστευτικό υπόβαθρο μαθαίνουν για τα στοιχεία του πληθυσμού της Αυστρίας σε σύγκριση με εκείνα μιας αφρικανικής χώρας.Οι μαθητές με μεταναστευτικό υπόβαθρο μαθαίνουν μαθηματικές σχέσεις με βάση τις εξελίξεις διαφορετικών πληθυσμιακών στοιχείων.Οι μαθητές με μεταναστευτικό υπόβαθρο μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα στοιχεία του πληθυσμού για να εκτιμήσουν καλύτερα το μέγεθος της Αυστρίας.

Σχέδιο μαθήματος:

Απαιτούνται ένα έως δύο μαθήματα για την εργασία.

Στην αρχή του μαθήματος, δίνεται στους μαθητές ένα αντίγραφο της εργασίας και το λύνουν μόνοι τους σε ένα κομμάτι χαρτί ή σε ένα επιπλέον κομμάτι χαρτί. Στη συνέχεια, οι εργασίες συγκρίνονται μεταξύ τους, όπου η σύγκριση μπορεί επίσης να πραγματοποιηθεί στο δεύτερο μάθημα, εάν οι μαθητές χρειάζονται περισσότερο χρόνο εργασίας.

Η ακόλουθη εργασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο τέλος του κεφαλαίου "Εκθετικές συναρτήσεις και οι εφαρμογές τους" και χρησιμεύει ως ένα άλλο παράδειγμα εφαρμογής των διαδικασιών εκθετικής ανάπτυξης σε καθημερινές καταστάσεις.

Πηγές πινάκων:

<https://www.statistik.at/statistiken/bevoelkerung-und-soziales/bevoelkerung/bevoelkerungsstand/bevoelkerung-zu-jahres-/quartalsanfang> [Πρόσβαση: 15.10.2022]

<https://www.laenderdaten.info/Afrika/Tschad/bevoelkerungswachstum.php> [Πρόσβαση: 15.10.2022]

Συγκριτική δημογραφική εξέλιξη

Η Δημοκρατία της Αυστρίας είναι ηπειρωτική χώρα, πράγμα που σημαίνει ότι η Αυστρία δεν έχει πρόσβαση στη θάλασσα. Η Αυστρία βρίσκεται στο κέντρο της Ευρώπης και έχει περίπου 9 εκατομμύρια κατοίκους.

Το ακόλουθο σχήμα δείχνει τα στοιχεία για τον πληθυσμό της Αυστρίας στο σύνολό της και για τα επιμέρους ομόσπονδα κρατίδια κατά την περίοδο από το 2018 έως το 2022.

Bundesland	01.01.2018	01.01.2019	01.01.2020	01.01.2021	01.01.2022	01.07.2022
Österreich	8 822 267	8 858 775	8 901 064	8 932 664	8 978 929	9 061 848
Burgenland	292 675	293 433	294 436	296 010	297 583	300 457
Kärnten	560 898	560 939	561 293	562 089	564 513	567 644
Niederösterreich	1 670 668	1 677 542	1 684 287	1 690 879	1 698 796	1 713 465
Oberösterreich	1 473 576	1 482 095	1 490 279	1 495 608	1 505 140	1 517 477
Salzburg	552 579	555 221	558 410	560 710	562 606	566 751
Steiermark	1 240 214	1 243 052	1 246 395	1 247 077	1 252 922	1 260 417
Tirol	751 140	754 705	757 634	760 105	764 102	768 443
Vorarlberg	391 741	394 297	397 139	399 237	401 674	404 415
Wien	1 888 776	1 897 491	1 911 191	1 920 949	1 931 593	1 962 779

Q: STATISTIK AUSTRIA, Statistik des Bevölkerungsstandes. Erstellt am 09.08.2022. – Vorläufige Ergebnisse für den Stichtag 01.07.2022.

Εργασία 1:

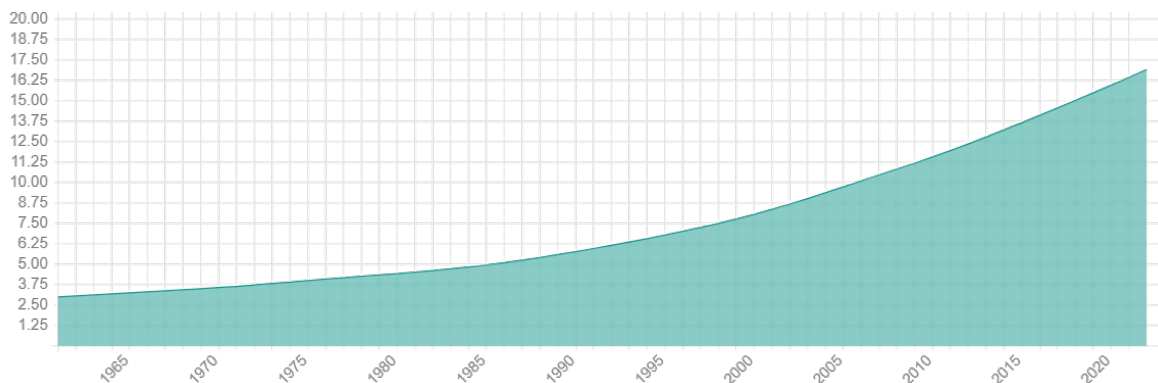
- Για την ανάπτυξη των πληθυσμιακών στοιχείων της Αυστρίας, χρησιμοποιήστε το νόμο ανάπτυξης της μορφής $N(t) = N_0 \cdot a^t$ (t σε έτη). Ας υποθέσουμε ότι το 2018 είναι το έτος έναρξης του υπολογισμού σας.
- Προσδιορίστε την κατά προσέγγιση ετήσια αύξηση του ποσοστού και υποδείξτε κατά πόσο τοις εκατό ο πληθυσμός θα αυξηθεί σε δέκα χρόνια.
- Υπολογίστε πόσα χρόνια θα χρειαστούν για να διπλασιαστεί ο πληθυσμός και σε ποιο έτος θα συμβεί διπλασιασμός του πληθυσμού.
- Προσδιορίστε πόσοι κάτοικοι αναμένεται να ζουν στην Αυστρία την 01.07.2023.

Δίπλα στην ήπειρο της Ευρώπης βρίσκεται η ήπειρος της Αφρικής. Σήμερα, περίπου 1,3 δισεκατομμύρια άνθρωποι ζουν στην Αφρική. Η Δημοκρατία του Τσαντ είναι, όπως και η Αυστρία, μια ηπειρωτική χώρα, αλλά στο κέντρο της Αφρικής.

Το βόρειο τμήμα της χώρας είναι μέρος της ερήμου "Σαχάρα" και ως εκ τούτου είναι πολύ αραιοκατοικημένο.

Το παρακάτω σχήμα δείχνει την εξέλιξη των πληθυσμιακών στοιχείων του Τσαντ.

Ο άξονας x δείχνει τα έτη από το 1961 έως το 2022 και ο άξονας y δείχνει τον πληθυσμό (στρογγυλοποιημένο) σε εκατομμύρια.



Εργασία 2:

- a) Χρησιμοποιήστε το παραπάνω γράφημα για να προσδιορίσετε το χρόνο διπλασιασμού για τον πληθυσμό του Τσαντ και συγκρίνετε την τιμή με το χρόνο διπλασιασμού για τον πληθυσμό της Αυστρίας. Σημειώστε επίσης τον χρόνο διπλασιασμού στον Άξονα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΔΙ

Συγκριτική δημογραφική εξέλιξη

Εργασία 1:

- a) Για την ανάπτυξη των πληθυσμιακών στοιχείων της Αυστρίας, χρησιμοποιήστε το νόμο ανάπτυξης της μορφής $N(t) = N_0 \cdot a^t$ (t σε έτη). Ας υποθέσουμε ότι το 2018 είναι το έτος έναρξης του υπολογισμού σας.

$$\text{Ισχύει: } N(0) = N_0 = 8\,822\,267$$

Προσδιορισμός παραμέτρου :a

$N(2019) = N(2018) \cdot a$	$N(2020) = N(2019) \cdot a$	$N(2021) = N(2020) \cdot a$	$N(2022) = N(2021) \cdot a$
$\frac{N(2019)}{N(2018)} = a$	$\frac{N(2020)}{N(2019)} = a$	$\frac{N(2021)}{N(2020)} = a$	$\frac{N(2022)}{N(2021)} = a$
$\frac{8\,858\,775}{8\,822\,267} = a$	$\frac{8\,901\,064}{8\,858\,775} = a$	$\frac{8\,932\,664}{8\,901\,064} = a$	$\frac{8\,978\,929}{8\,932\,664} = a$
$1,004138 = a$	$1,004774 = a$	$1,003550 = a$	$1,005179 = a$

$$\bar{a} = \frac{1,004138 + 1,004774 + 1,003550 + 1,005179}{4} = 1,00441025$$

Ως εκ τούτου, ισχύουν τα ακόλουθα για τον νόμο περί αύξησης του πληθυσμού: $N(t) = 8\,822\,257 \cdot 1,00441025^t$

- b) Προσδιορίστε την κατά προσέγγιση ετήσια αύξηση του ποσοστού και υποδείξτε κατά πόσο τοις εκατό ο πληθυσμός θα αυξηθεί σε δέκα χρόνια.

Από το νόμο της ανάπτυξης, μπορούμε να δούμε ότι ο πληθυσμός αυξάνεται κατά 0,441025% ετησίως.

$$1,00441025^{10} = 1,044988137$$

Από τον αναπτυξιακό νόμο, μπορούμε να δούμε ότι ο πληθυσμός αυξάνεται κατά περίπου 4,5% σε δέκα χρόνια.

- c) Υπολογίστε πόσα χρόνια θα χρειαστούν για να διπλασιαστεί ο πληθυσμός και σε ποιο έτος θα συμβεί διπλασιασμός του πληθυσμού.

$$2 \cdot N(0) = N(0) \cdot 1,00441025^t$$

$$2 = 1,00441025^t$$

$$\log(2) = t \cdot \log(1,00441025)$$

$$t = \frac{\log(2)}{\log(1,00441025)}$$

$$t \sim 157,5 \text{ χρόνια}$$

- d) Προσδιορίστε πόσοι κάτοικοι αναμένεται να ζήσουν στην Αυστρία την 01.07.2023.

$$N(2023) = 8\,822\,257 \cdot 1,00441025^5 = 9\,018\,522 \text{ Κατοίκους}$$

Εργασία 2:

- a) Χρησιμοποιήστε το παραπάνω γράφημα για να προσδιορίσετε το χρόνο διπλασιασμού για τον πληθυσμό του Τσαντ και συγκρίνετε την τιμή με το χρόνο διπλασιασμού για τον πληθυσμό της Αυστρίας.

Ο χρόνος διπλασιασμού του Τσαντ είναι περίπου 29 χρόνια. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος διπλασιασμού του Τσαντ είναι σημαντικά μικρότερος από αυτόν της Αυστρίας (περίπου 157 χρόνια).