



Učební jednotka

Název	Znázornění těles v rovině
Věk studentů	13 let
Délka jednotky	3 x 50 minut
Mathematical topic	Projekce těles v geometrii
Potřebné znalosti	<ul style="list-style-type: none">vlastnosti základních těles (krychle, různé tvary hranolů, válec, jehlan, kužel, koule).práce s rovnicemi a proměnnými
Materiály	<ul style="list-style-type: none">list s informacemi 1 (pro lekci 1)list s úkoly 1 (pro lekci 1)list s úkoly 2 (pro lekci 2)list s informacemi 2 (pro lekci 3)list s úkoly 3 (pro lekci 3)
Cíle	<p>Student</p> <ul style="list-style-type: none">zná vzorce pro povrch a objem krychle, kvádru, válce, čtvercového jehlanu, kužele a koule.umí sestrojit šikmý rovnoběžný průmět s daným úhlem a daným koeficientem zkrácení krychle a krychlového tělesa
Notes on work with migrant students	<ul style="list-style-type: none">V rámci úkolu 4 si žáci („migranti“ i „ne-migranti“) vymyslí typický předmět ze země svého původu (nebo ze země své rodiny), který bude mít základní geometrický tvar. Studenti mohou stručně vysvětlit, co je to za předmět, nebo proč si vybrali právě tento předmět.

Plán hodiny

1. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 30 min	Práce v malých skupinách, poté prezentace výsledků před celou třídou	Opakování vlastností geometrických těles; vyhledávání informací o skutečných stavbách (internet); propojení s matematikou (list s úkoly 1).
cca 20 min	Výklad a komunikace mezi studentem a učitelem	Učitel vysvětlí postup sestrojení obrazu tělesa ve volném rovnoběžném promítání a vzorce pro povrch a objem krychle a kvádrů pomocí listu s informacemi 1. Studenti mohou klást otázky.

2. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 20 min	Práce s celou třídou, komunikace mezi studentem a učitelem	Řešení úlohy 2 (učitel, společně s celou třídou).
cca 30 min	Práce ve dvojicích, práce v celé třídě, diskuze	Řešení úlohy 3 ve dvojicích, následně společná kontrola řešení ve třídě. Diskuze o typických předmětech vybraných v úloze 3b.

Domácí úkol: Každý žák by si měl vymyslet typický předmět země svého původu (nebo země své rodiny), který představuje geometrický tvar. Měli by také zjistit rozměry tohoto předmětu (např. prostřednictvím internetu nebo změřením předmětu doma; pokud není možné ani jedno, měli by studenti vymyslet reálné rozměry). Studenti si mohou vybrané předměty vyfotit nebo je dokonce přinést do třídy.

3. hodina (50 minut)

Čas	Metoda	Obsah a komentáře
cca 20 min	Výklad a komunikace mezi studentem a učitelem	Učitel vysvětlí vzorce pro povrch a objem válce, jehlanu se čtvercovou podstavou, kužele a koule pomocí listu s informacemi 2. Studenti mohou klást otázky.
cca 30 min	Práce ve dvojicích, prezentace výsledků v celé třídě	Žáci pracují na úloze 4 ve dvojicích, poté prezentují své výsledky celé třídě (pokud žáci potřebují na úkol více času, může prezentace výsledků proběhnout i v další hodině).

List s úlohami 1

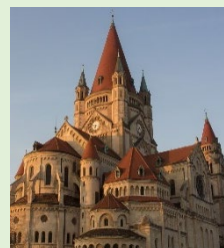
Úloha 1 (práce ve skupinkách, poté prezentace výsledků v celé třídě):

Každý žák ve skupině vymyslí stavbu/ památku ze své země původu, která obsahuje geometrická tělesa! Geometrická tělesa je třeba také pojmenovat! Použití internetu je povoleno! Každý student by měl také stručně vysvětlit „svou“ stavbu ve 2-3 větách.

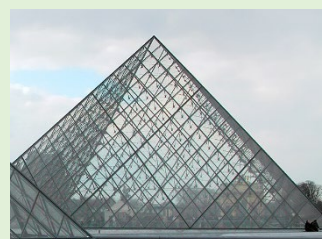
Pokud mají všichni studenti (nebo většina z nich) stejnou zemi původu, mohou si vybrat země, které navštívili nebo kde žijí jejich rodinní příslušníci.

Examples:

- a) Kostel Sv. Františka z Assisi” ve Vídni (špičky věží jsou kužely)
Nachází se na náměstí Mexikoplatz přímo u řeky Dunaj.
Základní kámen byl položen u příležitosti 50. výročí korunovace císaře Františka Josefa. Jedná se o římskokatolický farní kostel.



- b) Skleněná pyramida v Paříži
Slouží jako hlavní vchod do muzea Louvre v francouzském hlavním městě Paříži.



List s informacemi 1

Nyní se zaměříme na vytvoření obrazu ve volném rovnoběžném promítání a výpočet povrchu a objemu krychle a kvádrů:

Na výkresu je těleso zobrazeno vždy jen z jednoho úhlu. Těleso, tj. prostorový objekt, je na rýsovacím papíře zobrazeno jako rovinný útvar. K dosažení prostorového efektu na výkresu se často používá tzv. volné rovnoběžné promítání. Při tomto typu zobrazení mají jednotlivé plochy a hrany tělesa různé tvary nebo délky.

Vysvětlení: Přední a zadní stěna jsou nakresleny ve skutečné velikosti. Boční hrany probíhající šikmo dozadu jsou zkráceny. Pracujeme s úhlem zkreslení $\alpha=45^\circ$ (úhel, pod kterým je nakreslena šikmá hrana) a parametrem zkrácení, $v=0,5$ (tj. zkrácení na polovinu; tímto parametrem se násobí délka šikmé hrany). Neviditelné hrany se kreslí jako přerušovaná nebo tečkovaná čára. Tím se získá zobrazení, které dobře odpovídá skutečnosti.

Pro **kvádr** s podstavou o obsahu G platí následující vzorce:

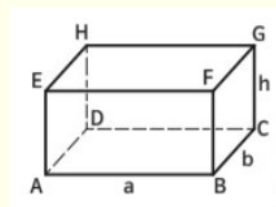
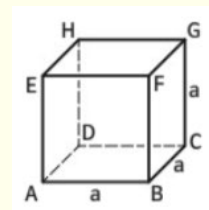
$$\text{Povrch } A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot v + 2 \cdot b \cdot v = 2 \cdot G + M$$

$$\text{Objem: } V = a \cdot b \cdot v = G \cdot v$$

Pro **krychli** s podstavou o obsahu G platí následující vzorce:

$$\text{Povrch } A = 6 \cdot a \cdot a$$

$$\text{Objem: } V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a$$



Task sheet 2

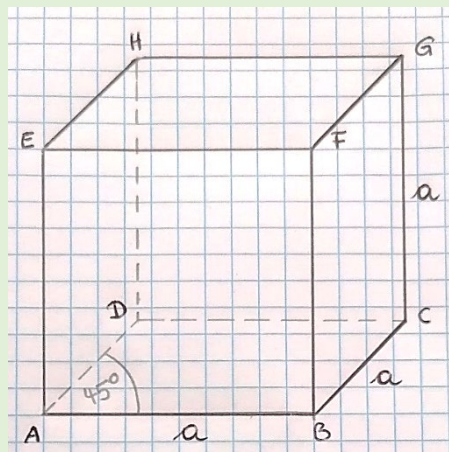
Úloha 2 (práce v celé třídě):

Sestrojte obraz krychle ve volném rovnoběžném promítání, je-li dáno $a = 5\text{ cm}$.

Vypočítejte povrch a objem této krychle.

$$\text{Povrch } A = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot 5 \cdot 5 = 150\text{ cm}^2$$

$$\text{Objem: } V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125\text{ cm}^3$$



Úloha 3 (práce ve dvojicích):

- a) Kvádr: Sestrojte obraz kváдру ve volném rovnoběžném promítání, je-li dáno $a = 7\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$, $c = 3\text{ cm}$ ($\alpha = 45^\circ$, $q = 0.5$).

Vypočítejte povrch a objem tohoto kváдру!

Vymyslete 2 předměty z běžného života, které by mohly mít přibližně tvar tohoto kváдру!

- b) Krychle: Sestrojte obraz krychle o hraně 7 cm ve volném rovnoběžném promítání. ($\alpha = 45^\circ$, $q = 0.5$).

Vypočítejte povrch a objem této krychle!

Vymyslete 2 předměty z běžného života, které by mohly mít přibližně tvar této krychle!

List s informacemi 2

Pro další prohloubení tématu geometrických těles jsou nyní podrobněji probrány povrchy a objemy následujících těles: válec, jehlan se čtvercovou podstavou, kužel, koule.

Poznámka: Žáci jsou již seznámeni s vlastnostmi geometrických těles. Studenti jsou také seznámeni s pojmy stěnová a tělesová výška. Pomocí přiřazování by studenti měli sami zjistit, jak vypadají příslušné vzorce.

- Válec:

Povrch:

Objem:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$A = a^2 + 2 \cdot a \cdot v_a$$

- Jehlan se čtvercovou podstavou:

Povrch:

Objem:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v$$

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v$$

- Kužel:

Povrch:

Objem:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot v$$

$$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot v$$

- Koule:

Povrch:

Objem:

$$A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

List s úlohami 3

Úloha 4 (práce v malých skupinkách, poté prezentace výsledků celé třídy):

Každý žák by si měl vymyslet typický objekt země svého původu (nebo země původu své rodiny), který představuje geometrický tvar (to byl domácí úkol). Následující tabulku by měli vyplnit v malé skupině. Výsledky by pak měli prezentovat na tabuli celé třídy. Studenti si mohou vybrané předměty vzít do třídy a (pokud jsou jedlé) nechat je i ochutnat.

Na prvním řádku je uveden příklad typického rakouského objektu.

Objekt	Těleso	Rozměry	Počet vrcholů	Počet hran	Počet stěn	Povrch	Objem
 Manner- (typické vídeňské oplatky)	Kvádr	$a = 97$ $b = 84$ $v = 15$ (mm)	8	12	6	$A == 2 \cdot 97 \cdot 84$ $+ 2 \cdot 97 \cdot 15 +$ $2 \cdot 84 \cdot 15$ $= 21726 \text{ mm}^2$	$V = 97 \cdot 84 \cdot 15$ $= 122220 \text{ mm}^3$ $= 122.22 \text{ cm}^3$

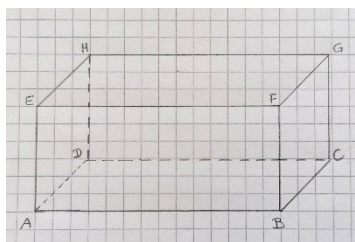
Řešení

Úloha 3:

a)

$$A = 2 \cdot 7 \cdot 4 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 122 \text{ cm}^2$$

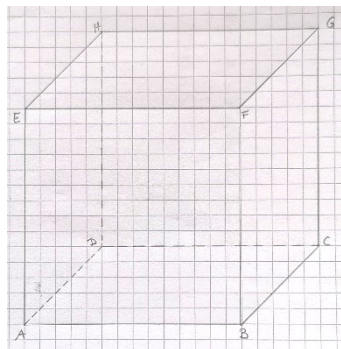
$$V = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84 \text{ cm}^3$$



b)

$$A = 6 \cdot 7^2 = 294 \text{ cm}^2$$

$$V = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$$



List s informacemi 2:

- Válec:

Povrch:

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v$$

Objem:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot v$$

- Jehlan se čtvercovou podstavou:

Povrch:

$$A = a^2 + 2 \cdot a \cdot v_a$$

Objem:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot v$$

- Kužel:

Povrch:

$$A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

Objem:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v$$

- Koule:

Povrch:

$$A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Objem:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$