



Unterrichtseinheiten

Mathematisches Thema	<i>Anwendung der Vektorrechnung im Alltag (Landkarten)</i>
Alter der SchülerInnen/ Schulstufe	15 Jahre (Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II)
Länge der Einheit	1 x 50 Minuten

Benötigte Materialien:

- Arbeitsblatt „Vektorrechnung in Österreich“ (siehe Anhang) für jede Schülerin und jeden Schüler
- Eine „Landkarte Österreich“ für jedes Team oder alternativ auf der Rückseite des Arbeitsblattes für jede Schülerin und jeden Schüler

Zeit	Sozialform	Inhalt und Anmerkung
ca. 10 min	Frontalunterricht und Lehrer-Schüler- Gespräch	Die Lehrperson motiviert die Schülerinnen und Schüler für das Thema der Stunde. Wiederholung der wichtigsten mathematischen Begriffe (Vektor ablesen, Betrag eines Vektors, Parameterdarstellung von Geraden) durch die Lehrperson (kann im Bedarfsfall an der Tafel notiert werden).
ca. 25 min	Partnerarbeit	Die Schülerinnen und Schüler lösen die Aufgabenstellungen des Arbeitsblattes in Zweiertteams. Die Lehrperson geht durch die Klasse und hilft bei auftretenden Problemen.
ca. 15 min	Lehrer-Schüler- Gespräch	Vergleichen der Ergebnisse der Aufgaben

Bemerkung:

- Die Aufgabenstellung 1 behandelt das Thema „Anwendung von Vektoren in der Ebene“, die Aufgabenstellung 2 behandelt das Thema „Geraden in der Ebene“.
- Das Arbeitsblatt ist am Ende beider Kapitel (Vektoren und Geraden in der Ebene) gedacht und soll als Wiederholung, Festigung und Anwendung im Alltag dienen.

Vektorrechnung in Österreich

Die gegebene Abbildung zeigt die Landkarte Österreichs in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. In dieser Abbildung sind einige Städte Österreichs und auch seines Nachbarlandes Deutschland zu erkennen, wie beispielsweise die Städte Wien, Graz, Linz, Salzburg, Innsbruck, München und viele mehr. Die Koordinaten der Städte müssen nicht ganzzahlig sein.

Aufgabenstellung 1:

- a) Gib an, in welcher Stadt man sich befindet, wenn man von Salzburg ausgehend zuerst entlang des Vektors $\vec{u} = (4,5|-2)$ und danach entlang des Vektors $\vec{v} = (5|0)$ befindet.

- b) Ermittle mit Hilfe der Vektorrechnung die Entfernung der Orte Wien und Graz.

- c) Betrachte die Strecke zwischen den Städten München M und Wien W . Die Strecke MW wird innen durch den Punkt T im Verhältnis 5: 4 geteilt. Stelle eine Formel zur Berechnung des Punktes T auf und gib an in welchen Ort man sich zirka befindet.

$T =$ _____

Ort: _____

Aufgabenstellung 2:

- a) Stelle eine Gerade in Parameterdarstellung zwischen den Städten Salzburg und Wien auf, wobei der Richtungsvektor ganzzahlige Koordinaten haben soll.

- b) Stelle die Gerade aus Aufgabenstellung 2a) in Normalvektordarstellung auf.

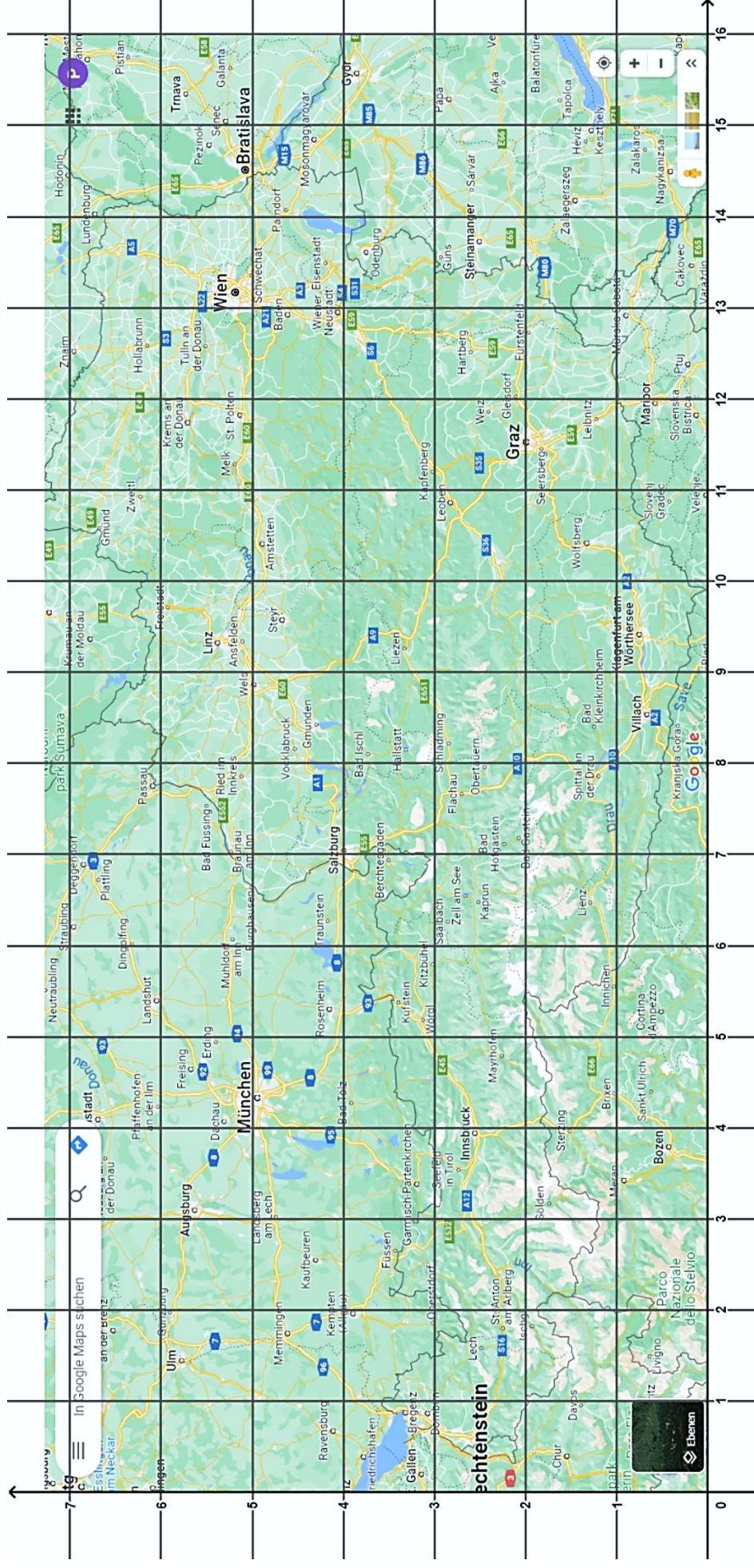
- c) Die Gerade g , welche durch die Städte München und Linz verläuft, ist gegeben durch:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4,3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Stelle eine zur Geraden g parallele Gerade h durch die Stadt Salzburg auf.

- 2) Stelle eine zur Geraden g normale Gerade i durch die Stadt Salzburg auf.

Landkarte Österreichs



1 Einheit am Koordinatensystem entspricht ca. 52 km in Wirklichkeit

Vektorrechnung in Österreich

Die gegebene Abbildung zeigt die Landkarte Österreichs in einem zweidimensionalen Koordinatensystem. In dieser Abbildung sind einige Städte Österreichs und auch seines Nachbarlandes Deutschland zu erkennen, wie beispielsweise die Städte Wien, Graz, Linz, Salzburg, Innsbruck, München und viele mehr. Die Koordinaten der Städte müssen nicht ganzzahlig sein.

Aufgabenstellung 1:

- a) Gib an, in welcher Stadt man sich befindet, wenn man von Salzburg ausgehend zuerst entlang des Vektors $\vec{u} = (4,5|-2)$ und danach entlang des Vektors $\vec{v} = (5|0)$ befindet.

_____ Villach _____

- b) Ermittle mit Hilfe der Vektorrechnung die Entfernung der Orte Wien und Graz.

Koordinaten von Wien $W = (13,2|5,2)$ und Graz $G = (11,5|2)$

$$\overrightarrow{WG} = G - W = \begin{pmatrix} 11,5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 13,2 \\ 5,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,7 \\ -3,2 \end{pmatrix} \text{ und } \left| \begin{pmatrix} -1,7 \\ -3,2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-1,7)^2 + (-3,2)^2} = \sqrt{13,13} \approx 3,62$$

Entfernung in Realität: $3,62 \cdot 52 \text{ km} = 188,24 \text{ km}$

- c) Betrachte die Strecke zwischen den Städten München M und Wien W . Die Strecke MW wird innen durch den Punkt T im Verhältnis 5: 4 geteilt. Stelle eine Formel zur Berechnung des Punktes T auf und gib an in welchen Ort man sich zirka befindet.

$$T = M + \frac{5}{9} \cdot \overrightarrow{MW}$$

Ort: _____ Ansfelden _____

Aufgabenstellung 2:

- a) Stelle eine Gerade u in Parameterdarstellung zwischen den Städten Salzburg und Wien auf, wobei der Richtungsvektor ganzzahlige Koordinaten haben soll.

Koordinaten von Wien $W = (13,2|5,2)$ und Salzburg $S = (7|4)$

$$\overrightarrow{SW} = W - S = \begin{pmatrix} 13,2 \\ 5,2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6,2 \\ 1,2 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 62 \\ 12 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$u: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \dots \text{Parameterdarstellung der Geraden } u$$

- b) Stelle die Gerade aus Aufgabenstellung 2a) in Normalvektordarstellung auf.

Richtungsvektor der Geraden u ist $\begin{pmatrix} 31 \\ 6 \end{pmatrix}$. Daher ist der Normalvektor der Geraden u gegeben durch $\begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix}$.

Es gilt: $\vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot S$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 \\ -31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow 6x - 31y = 6 \cdot 7 + (-31) \cdot 4 \rightarrow 6x - 31y = -82$$

- c) Die Gerade g , welche durch die Städte München und Linz verläuft, ist gegeben durch:

$$g: X = \begin{pmatrix} 4,3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Stelle eine zur Geraden g parallele Gerade h durch die Stadt Salzburg auf.

$$h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- 2) Stelle eine zur Geraden g normale Gerade i durch die Stadt Salzburg auf.

$$i: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -25 \end{pmatrix}$$