



Unterrichtseinheiten

Titel	Ebene Darstellung von Festkörpern
Mathematisches Thema	Geometrische Körper
Alter der SchülerInnen/ Schulstufe	13/14 Jahre (Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I)
Länge der Einheit	3 x 50 Minuten

Erste Unterrichtseinheit (50 Minuten)

Zeit	Inhalt und Anmerkungen	Sozialform
30 Minuten	Wiederholung der Eigenschaften von geometrischen Körpern; Reale Gebäude werden recherchiert; Verbindung zur Mathematik wird hergestellt (siehe Aufgabe 1)	Erarbeitung zunächst in Kleingruppen, anschließende Präsentation der Ergebnisse im Plenum (Schüler können zum Beispiel über einen Beamer das gewählte Gebäude einblenden)
20 Minuten	Vermittlung neuer Inhalte (Schwerpunkt Schrägriss, Oberfläche und Volumen von Quader und Würfel) (siehe 1. Kästchen „MERKE“)	Erklärungen durch den Lehrer an der Tafel; Schüler-Lehrer-Gespräch;

Zweite Unterrichtseinheit (50 Minuten)

Zeit	Inhalt und Anmerkungen	Sozialform
20 Minuten	Lösen von Aufgabe 2	Gemeinsam im Plenum; Schüler-Lehrer-Gespräch
30 Minuten	Lösen von Aufgabe 3	Partnerarbeit; Lehrer geht durch Klasse und überprüft den Schrägriss; gemeinsame Kontrolle von Oberfläche und Volumen im Plenum; Diskussion über die ausgewählten Gegenstände

Hausübung: Jeder Schüler soll sich ein typisches Mitbringsel aus seinem Heimatland überlegen, welches einen geometrischen Körper darstellt. Ebenso sollen die Maße dieses Gegenstandes herausgefunden werden (z.B. durch Internet oder durch Abmessen des Gegenstandes zuhause, wenn beides nicht möglich ist, sollen die Schüler realistische Maße erfinden). Die Schüler dürfen gerne ein Foto des Gegenstandes machen oder sogar die ausgewählten Mitbringsel in den Unterricht mitnehmen.

Von der Europäischen Union finanziert. Die geäußerten Ansichten und Meinungen entsprechen jedoch ausschließlich denen der Autor*innen und spiegeln nicht zwingend die der Europäischen Union oder der OeAD-GmbH wider. Weder die Europäische Union noch die OeAD-GmbH können dafür verantwortlich gemacht werden.

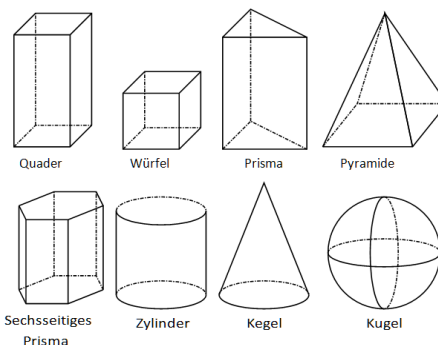
Dritte Unterrichtseinheit (50 Minuten)

Zeit	Inhalt und Anmerkungen	Sozialform
20 Minuten	Vermittlung neuer Inhalte (Oberflächen und Volumen berechnen von Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel) mithilfe eines Zuordnungsformates; Wichtiger Hinweis: die Schüler sind bereits mit den Eigenschaften und Bezeichnungen (z.B. Bedeutung von h_a) vertraut! (siehe 2. Kästchen „MERKE“)	Erklärungen durch den Lehrer an der Tafel; Schüler-Lehrer-Gespräch;
30 Minuten (Präsentation eventuell in der darauffolgenden Stunde)	Erarbeitung von Aufgabe 4	Zuerst in der Kleingruppe, dann im Plenum

Hinweis:

Bei der Erarbeitung dieses Kapitels setzt man bereits voraus, dass den Schülern die Eigenschaften der abgebildeten geometrischen Körper vertraut sind.
(Anzahl der Ecken, Kanten, Grundfläche, Deckfläche, Seitenflächen (Mantel), ...).

Aufgabe 1 dient dazu, die wichtigsten Eigenschaften zu wiederholen.



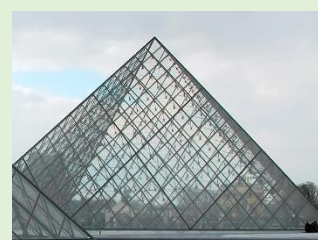
Aufgabe 1 (zuerst in der Kleingruppe, im Anschluss im Plenum):

Jeder Schüler der Gruppe überlegt sich von seinem Geburtsland ein Gebäude/eine Sehenswürdigkeit, das/die geometrische Körper beinhaltet! Die auftretenden geometrischen Körper sollen auch benannt werden! Der Einsatz des Internets ist dabei erlaubt! Ebenso soll jeder Schüler sein Gebäude in 2-3 Sätzen kurz erklären.

Hinweis: Sollten alle (oder die meisten) Schüler der Gruppe das gleiche Geburtsland haben, so können Schüler Länder wählen, die sie bereits besucht haben.

Beispiele:

- Franz-von-Assisi-Kirche in Wien (die Turmspitzen stellen Kegeln dar!) liegt direkt an der Donau am Mexikoplatz.
Ihr Grundstein wurde zum 50-jährigen Thron-Jubiläum von Kaiser Franz Josef gelegt. Sie ist eine römisch-katholische Pfarrkirche.
- Glaspyramide in Paris dient als Haupteingang für das Museum des Louvre in der französischen Hauptstadt Paris.



MERKE:

Der Schwerpunkt liegt nun auf der Erstellung eines Schrägrisses, sowie auf der Berechnung von Oberfläche und Volumen eines Würfels und Quaders:

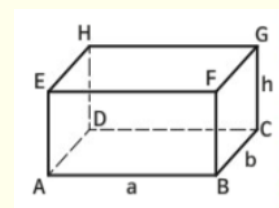
Eine Zeichnung gibt einen Körper immer nur aus einem Blickwinkel wieder. Der Körper, also ein räumlicher Gegenstand, wird als flächige Figur auf dem Zeichenpapier dargestellt. Um eine räumliche Wirkung in der Zeichnung zu erreichen, verwendet man oft den sogenannten Schrägriss. Bei dieser Art der Darstellung bekommen einzelne Flächen und Kanten des Körpers andere Formen beziehungsweise Längen.

Erklärung: Die Vorder- und Hinterfläche sind in wahrer Größe gezeichnet. Die schräg nach hinten laufenden Seitenkanten sind verkürzt. Du arbeitest mit dem Verzerrungswinkel $\alpha = 45^\circ$ (Winkelmaß, unter dem die schräge Kante gezeichnet wird) und dem Verkürzungsfaktor v (einer Verkürzung um die Hälfte, also der Faktor, mit dem die Länge der schrägen Kante multipliziert wird). Strichliere nicht sichtbare Kanten! Damit erhält man eine Darstellung, die der Wirklichkeit gut entspricht.

Für den **Quader** mit dem Grundflächeninhalt G gilt:

$$\text{Oberflächeninhalt } O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot G + M$$

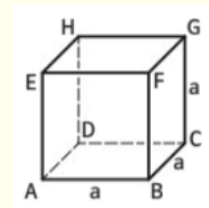
$$\text{Volumen: } V = a \cdot b \cdot h = G \cdot h$$



Für den **Würfel** mit dem Grundflächeninhalt G gilt:

$$\text{Oberflächeninhalt } O = 6 \cdot a \cdot a$$

$$\text{Volumen: } V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a$$



Aufgabe 2 (gemeinsam im Plenum):

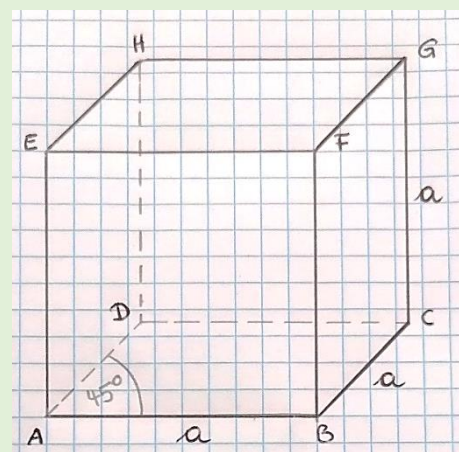
Beispiel:

Konstruiere den Schrägriss eines Würfels mit der Kantenlänge $a = 5\text{cm}$.

Berechne ebenso den Oberflächeninhalt als auch das Volumen des Würfels.

$$\text{Oberflächeninhalt } O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot 5 \cdot 5 = 150\text{cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125\text{cm}^3$$



Aufgabe 3 (Partnerarbeit):

- a) Quader: Konstruiere den Schrägriss eines 7cm langen, 4 cm breiten und 3 cm hohen Quaders mit dem Verzerrungswinkel $\alpha = 45^\circ$ und dem Verkürzungsfaktor $v = 0,5$.

Berechne ebenso Oberfläche und Volumen!

Überlege dir 2 Gegenstände aus dem Alltag, die annähernd die Form dieses Quaders haben könnten!

- b) Würfel: Konstruiere den Schrägriss eines Würfels mit der Seitenlänge $a = 7\text{cm}$.
Wähle $\alpha = 45^\circ$ und $v = 0,5$.

Berechne ebenso Oberfläche und Volumen!

Überlege dir 2 Gegenstände aus dem Alltag, die annähernd die Form dieses Würfels haben könnten!

MERKE:

Als weitere Vertiefung des Themas „geometrische Körper“ werden nun noch die Oberflächeninhalte und Volumina der folgenden Körper näher besprochen: Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel.

Hinweis: Die Eigenschaften der geometrischen Körper sind den Schülern bereits vertraut. Ebenso sind die Schüler mit den Bezeichnungen $h_a, s, \dots$ vertraut. Durch das Zuordnungsformat sollen die Schüler selbst überlegen, wie sich die entsprechenden Formeln zusammensetzen!

- Zylinder:

Oberflächeninhalt:

Volumen:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

- Pyramide:

Oberflächeninhalt:

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

- Kegel:

Oberflächeninhalt:

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

- Kugel

Oberflächeninhalt:

Volumen:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

Aufgabe 4 (zuerst in der Kleingruppe, dann im Plenum):

Jeder Schüler soll sich ein typisches Mitbringsel aus seinem Heimatland überlegen, welches einen geometrischen Körper darstellt (war bereits Hausübung!). Dabei soll in der Kleingruppe folgende Tabelle ausgefüllt werden. Im Anschluss sollen die Ergebnisse an der Tafel im Plenum präsentiert werden. Gerne dürfen die Schüler die ausgewählten Mitbringsel in den Unterricht mitnehmen und gegebenenfalls verkosten lassen.

Die erste Zeile dient als Beispiel für ein Mitbringsel aus Österreich.

Mitbringsel	Körper	Maße	Anzahl Ecken	Anzahl Kanten	Anzahl Flächen	Oberfläche	Volumen
 Manner-Schnitten	Quader	a=97 b=84 h=15 (mm)	8	12	6	$O = 2 \cdot 97 \cdot 84 + 2 \cdot 97 \cdot 15 + 2 \cdot 84 \cdot 15 = 21\,726\text{mm}^2$	$V = 97 \cdot 84 \cdot 15 = 122\,220\text{mm}^3 = 122,22\text{cm}^3$

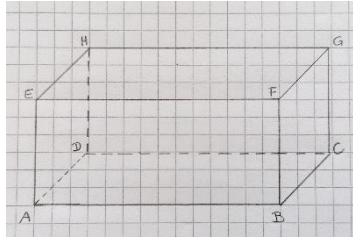
Lösungen

Aufgabe 3:

a)

$$O = 2 \cdot 7 \cdot 4 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 122 \text{ cm}^2$$

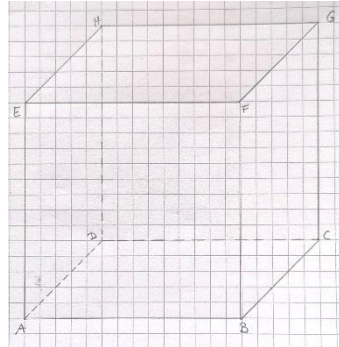
$$V = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84 \text{ cm}^3$$



b)

$$O = 6 \cdot 7^2 = 294 \text{ cm}^2$$

$$V = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$$



„MERKE“:

- Zylinder:

Oberflächeninhalt:

$$O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

Volumen:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

- Pyramide:

Oberflächeninhalt:

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

- Kegel:

Oberflächeninhalt:

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

- Kugel

Oberflächeninhalt:

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

Volumen:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$