Co-funded by the European Union

Descrizione dell'unità

Titolo	**Rappresentazione di solidi nel piano**
Età degli studenti/classe	13 anni
Durata della lezione	3 x 50 minuti
Argomento matematico	Proiezioni di solidi in geometria
Conoscenze prerequisite	• Proprietà dei solidi di base (cubo, varie forme di prismi, cilindro, piramide, cono, sfera) • Lavorare con equazioni e variabili
Materiali necessari	• Scheda informativa 1 (per la lezione 1) • Scheda operativa 1 (per la lezione 1) • Scheda operativa 2 (per la lezione 2) • Scheda informativa 2 (per la lezione 3) • Scheda operativa 3 (per la lezione 3)
Obiettivi	Lo studente - conosce le formule della superficie totale e del volume di cubo, parallelepipedo, cilindro, piramide a base quadrata, cono e sfera - sa costruire una proiezione obliqua parallela (assonometria cavaliera) con un dato angolo e un dato punto di vista di un cubo e di un parallelepipedo
Note sul lavoro con gli studenti migranti	Per il compito 4, gli studenti (migranti e non) devono pensare a un oggetto tipico del loro paese d'origine (o della loro famiglia), che abbia una forma geometrica di base. Gli studenti possono spiegare brevemente che cos'è questo oggetto o perché hanno scelto questo particolare oggetto.

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Lesson plan:

Lezione 1 (50 minuti)

Durata	Metodo	Contenuti e commenti
ca. 30 min	Lavoro in piccoli gruppi, poi presentazione dei risultati all'intera classe.	Ripasso delle proprietà dei solidi geometrici; ricerca di edifici reali (internet); collegamento con la matematica (scheda 1).
ca. 20 min	Esposizione e dialogo insegnante-studente	L'insegnante spiega il processo di costruzione di una proiezione parallela obliqua (assonometria cavaliera), nonché le formule per la superficie totale e il volume di un cubo e di un parallelepipedo, usando il foglio informativo 1. Gli studenti possono porre domande.

Lezione 2 (50 minuti)

Durata	Metodo	Contenuti e commenti
ca. 20 min	Lavoro a classe intera, comunicazione insegnante-studenti	Risoluzione del compito 2 (insegnante, insieme a tutta la classe).
ca. 30 min	Lavoro a coppie, lavoro a classe intera, discussione	Risoluzione del compito 3 (a coppie), quindi verifica delle soluzioni nel lavoro a classe intera. Discussione sugli “oggetti tipici” scelti nel compito 3b.

Compito a casa: ogni studente deve pensare a un oggetto tipico del proprio paese d'origine (o della propria famiglia) che rappresenti una forma geometrica. Dovrebbero anche scoprire le dimensioni di questo oggetto (ad esempio tramite Internet o misurando l'oggetto a casa; se non è possibile, gli studenti dovrebbero inventare misure realistiche). Gli studenti possono scattare una foto dell'oggetto o portare in classe gli oggetti selezionati.

Lezione 3 (50 minuti)

Durata	Metodo	Contenuti e commenti
ca. 20 min	Esposizione e comunicazione insegnante-studente	L'insegnante spiega le formule della superficie e del volume del cilindro, della piramide a base quadrata, del cono e della sfera, usando il foglio informativo 2. Gli studenti possono fare domande.
ca. 30 min	Lavoro a coppie, presentazione dei risultati a tutta la classe	Gli studenti lavorano al compito 4 in coppia (2 studenti), poi presentano i risultati all'intera classe (se gli studenti hanno bisogno di più tempo per il compito, la presentazione dei risultati può avvenire anche nella lezione successiva).

Foglio di lavoro 1

Attività 1 (lavoro in piccoli gruppi, poi presentazione dei risultati all'intera classe):

Ogni studente del gruppo pensa a un edificio/vista del proprio paese d'origine che contenga solidi geometrici! I solidi geometrici devono anche essere denominati! È consentito l'uso di Internet! Ogni studente deve anche spiegare brevemente il “suo” edificio in 2-3 frasi.

Se tutti (o la maggior parte) gli studenti hanno lo stesso paese di origine, possono scegliere i paesi che hanno visitato o dove vivono i loro familiari.

Esempi:

a) Chiesa “San Francesco d'Assisi” a Vienna (le cime delle torri sono coni).
Si trova in Mexikoplatz (piazza del Messico), direttamente sul fiume Danubio.
La prima pietra è stata posata in occasione del 50° anniversario dell'intronizzazione dell'imperatore Franz Josef.
È una chiesa parrocchiale cattolica romana.

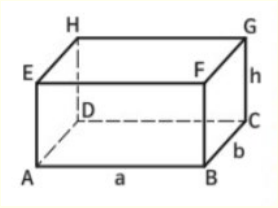
b) Piramide di vetro a Parigi
Serve come ingresso principale del Museo del Louvre nella capitale francese, Parigi.

Scheda informativa 1

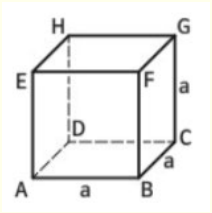
L'attenzione si concentra ora sulla creazione di una proiezione parallela obliqua (assonometria cavaliera) e sul calcolo della superficie e del volume di un cubo e di un parallelepipedo:
Un disegno mostra sempre un solido da una sola angolazione. Il solido, cioè un oggetto tridimensionale, è rappresentato come una figura piana sul foglio da disegno. Per ottenere un effetto spaziale nel disegno, si utilizza spesso la cosiddetta assonometria cavaliera. In questo tipo di rappresentazione, alle singole superfici e ai bordi del solido vengono date forme o lunghezze diverse.

Spiegazione: Le superfici anteriore e posteriore sono disegnate a grandezza naturale. Gli spigoli laterali che corrono diagonalmente all'indietro vengono accorciati. Si lavora con l'angolo di distorsione α=45° (angolo in cui viene disegnato lo spigolo obliquo) e il fattore di accorciamento, detto anche scorcio, v=0,5 (cioè un accorciamento della metà; è il fattore per cui viene moltiplicata la lunghezza dello spigolo obliquo). I bordi invisibili sono disegnati come linee tratteggiate o punteggiate. In questo modo si ottiene una rappresentazione che corrisponde bene alla realtà.

Per un **parallelepipedo** con area di base G vale quanto segue:
Superficie totale $A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot G + M$
Volume: $V = a \cdot b \cdot h = G \cdot h$



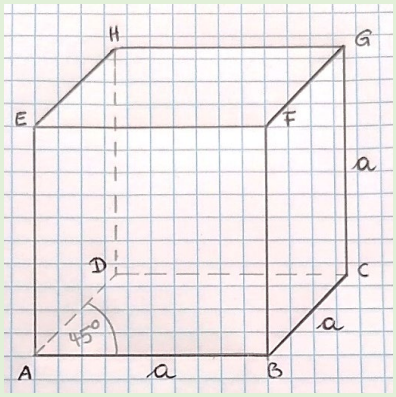
Per un **cubo** con area di base G vale quanto segue:
Superficie totale $A = 6 \cdot a \cdot a$
Volume: $V = a \cdot a \cdot a = G \cdot a$



Foglio di lavoro 2

Compito 2 (lavoro a classe intera):

Costruire la proiezione obliqua parallela (assonometria cavaliera)
di un cubo di lato a=5 cm.



Calcolare l'area della superficie
e il volume del cubo

Superficie A=6·a·a=6·5·5=150cm^2

Volume: V=a·a·a=G·a=5·5·5=125cm^3

Attività 3 (lavoro a coppie):

Parallelepipedo: Costruire la proiezione obliqua parallela di un parallelepipedo con lati a=7 cm , b=4 cm , c=3 cm , utilizzando l'angolo α=45° e lo scorcio v=0,5.

Calcolate la superficie e il volume di questo parallelepipedo!
Pensate a 2 oggetti della vita quotidiana che potrebbero avere all'incirca la forma di questo solido!

Cubo: Costruite la proiezione parallela obliqua di un cubo di lato a=7 cm.
Utilizzare α=45° e v=0,5.

Calcolate la superficie e il volume di questo cubo!
Pensate a 2 oggetti della vita quotidiana che potrebbero avere all'incirca la forma di questo cubo!

Scheda informativa 2

Per approfondire ulteriormente l'argomento dei solidi geometrici, vengono ora discussi in dettaglio le superfici e i volumi dei seguenti solidi: cilindro, piramide a base quadrata, cono, sfera.
Nota: gli studenti conoscono già le proprietà dei solidi geometrici. Gli studenti hanno anche familiarità con i termini h,s,.... Utilizzando il metodo dell'abbinamento, gli studenti devono trovare da soli le formule corrispondenti.

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

- Cilindro:

  Superficie totale:
  Volume:

- Piramide a base quadrata:

  Superficie totale:
  Volume:

- Cono:

  Superficie totale:
  Volume:

- Sfera:

  Superficie totale:
  Volume:

Foglio di lavoro 3

Attività 4 (lavoro in piccoli gruppi, poi presentazione dei risultati all'intera classe):

Ogni studente deve pensare a un oggetto tipico del proprio paese d'origine (o della propria famiglia) che rappresenti una forma geometrica (questo era il compito a casa). La tabella seguente deve essere completata nel piccolo gruppo. I risultati devono essere presentati alla lavagna a tutta la classe. Gli studenti possono portare in classe gli oggetti selezionati e (se sono commestibili) anche farli assaggiare.

La prima riga mostra un esempio di oggetto tipico dell'Austria.

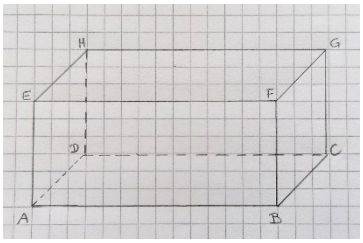
Oggetto	Solido di riferimento	Dimensioni	Numero di vertici	Numero di spigoli	Numero di facce	Superficie totale	Volume
Manner-Schnitten (cialde tipiche viennesi)	Parallelepipedo	$a = 97$ $b = 84$ $h = 15$ (mm)	8	12	6	A $= 2 \cdot 97 \cdot 84 +$ $2 \cdot 97 \cdot 15 +$ $2 \cdot 84 \cdot 15$ 21726mm^2	V $= 97 \cdot 84$ $\cdot 15$ 122220mm^3 122.22cm^3

Soluzioni

Compito 3:

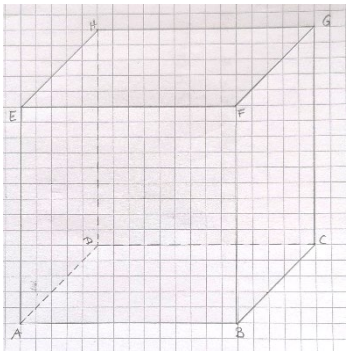
a)

$A = 2 \cdot 7 \cdot 4 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 122\text{cm}^2$
$V = 7 \cdot 4 \cdot 3 = 84\text{cm}^3$



b)

$A = 6 \cdot 7^2 = 294\text{cm}^2$
$V = 7^3 = 343\text{cm}^3$



Scheda informativa 2:

- Cilindro:

  Superficie totale: $A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

  Volume: $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$

- Piramide a base quadrata:

  Superficie totale: $A = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$

  Volume: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

- Cono:

  Superficie totale: $A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$

  Volume: $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$

- Sfera:

  Superficie totale: $A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

  Volume: $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$