Co-funded by the European Union

Descrizione dell'unità

Titolo	**Geometria verde 2 (Matematica nell'aiuola)**
Età degli studenti/grado	17-18 anni
Durata dell'unità	1 x 50 minuti (fino a 2 x 50 minuti)
Argomento matematico	Applicazioni di derivazione ed integrazione
Conoscenze prerequisite	• Impostare l'equazione di una funzione polinomiale con dati valori di funzione • Derivazione di funzioni polinomiali • Integrazione di funzioni polinomiali • Interpretazione dell'integrale come area sottostante il grafico
Materiali necessari	Foglio per compito 1
Obbiettivi	Lo studente • sa applicare la conoscenza delle proprietà delle funzioni polinomiali in situazioni pratiche di vita reale • sa usare le funzioni polinomiali per modellare oggetti reali • sa applicare la derivazione e l'integrazione in contesti reali
Note sul lavoro con gli studenti migranti	Gli studenti (in particolare migranti) possono portare foto di aiuole in giardini o parchi dei loro paesi di origine

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

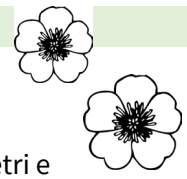
Lesson plan:

Lezione 1 (50 minuti)

Tempo	Metodo	Contenuto e commenti
ca. 5 min	Esposizione e comunicazione studenti-docente	Il docente motiva gli studenti sull'argomento della lezione e ne spiega il significato nella vita quotidiana
ca. 35 min	Lavoro a coppie o a piccoli gruppi	Gli studenti risolvono I compiti sul foglio di lavoro in gruppi di 2 o 3. Il docente gira per la lasse ed aiuta nei problemi che possono emergere.
ca. 10 min	Comunicazione studenti-docente	Confronto dei risultati

Se la classe dovesse essere molto impegnata ed interessata nei compiti della lezione 1, gli studenti possono lavorare ad un comito addizionale (compito 4) o alla fine della lezione 1 (tempo permettendo), o in una seconda lezione.

Foglio per compito 1 – Matematica nell'aiuola



Deve essere creata un'aiuola in un giardino rettangolare.

La forma dell'aiuola è descritta da una funzione f, dove x è la larghezza dell'aiuola in metri e $f(x)$ è l'altezza dell'aiuola in metri.

Compito 1:

Un giardiniere dispone l'aiuola di un cliente in modo tale che l'aiuola inizi ai bordi del giardino e raggiunga la sua massima altezza nel centro del giardino. Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe havere una massima "altezza" di 3 metri. Inoltre, si sa che la funzione f è definita solo per $0 \leq x \leq 10$.

a) Fai un disegno del giardino con l'aiuola e classificala

Spazio per il tuo disegno:

b) Usando le informazioni sottostanti, determina il termine rappresentazione di una funzione polinomiale f che descriva la forma dell'aiuola nel giardino. Usa le seguenti proprietà per farlo.

	Descrizione a parole	Descrizione matematica
1)	L'aiuola inizia ai bordi del giardino. Questi bordi sono a $x =$_____ and $x =$_____.	I: _____ II: _____
2)	L'aiuola ha la sua altezza massima nel centro del giardino. Il centro del giardino è a $x =$_____.	III: _____
3)	Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe avere una massima "altezza" di 3 metri.	IV: _____

Per prima cosa, considera il grado della funzione polinomiale che è il migliore ed il più facile per il progetto dell'aiuola.

Grado della funzione polinomiale ____: *Questo è generalmente dato da :* $f(x) =$_____

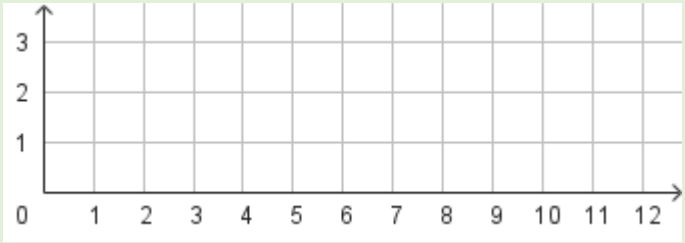
Trova la funzione polinomiale che descriva l'aiuola. Scrivi una descrizione comprensibile di come hai ottenuto il risultato nello spazio qui sotto.

La funzione polinomiale è data da: T $f(x) =$_____

Compito 2:

Disegna di nuovo la funzione polinomiale che descriva l'aiuola nel dato sistema di coordinate.

Stima l'area effettiva dell'aiuola usando somme superiori ed inferiori (con 5 intervalli uguali).



Compito 3:

Determina l'area effettiva totale dell'aiuola nel giardino.

Foglio per compito 1 – soluzioni

Deve essere creata un'aiuola in un giardino rettangolare.

La forma dell'aiuola è descritta da una funzione f, dove x è la larghezza dell'aiuola in metri e $f(x)$ è l'altezza dell'aiuola in metri.

Compito 1:
Un giardiniere dispone l'aiuola di un cliente in modo tale che l'aiuola inizi ai bordi del giardino e raggiunga la sua massima altezza nel centro del giardino. Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe havere una massima "altezza" di 3 metri. Inoltre, si sa che la funzione f è definita solo per $0 \leq x \leq 10$.

c) Fai un disegno del giardino con l'aiuola e classificala.

Spazio per il tuo disegno:

d) Usando le informazioni sottostanti, determina il termine rappresentazione di una funzione polinomiale f che descriva la forma dell'aiuola nel giardino. Usa le seguenti proprietà per farlo.

	Descrizione a parole	Descrizione matematica
1)	L'aiuola inizia ai bordi del giardino. Questi bordi sono a $x = 0$ and $x = 10$.	I: $f(0) = 0$ II: $f(10) = 0$
2)	L'aiuola ha la sua massima altezza nel centro del giardino. Il centro del giardino è a $x = 5$.	III: $f'(5) = 0$
3)	Il cliente nota che l'aiuola dovrebbe avere una massima "altezza" di 3 metri.	IV: $f(5) = 3$

Per prima cosa, considera il grado della funzione polinomiale che è il migliore ed il più facile questa aiuola.
Grado della funzione polinomiale 2: *Questo è dato generalmente da:* $f(x) = ax^2 + bx + c$
Trova la funzione polinomiale che descriva l'aiuola. Scrivi una descrizione comprensibile di come hai ottenuto il risultato nello spazio qui sotto.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ e $f'(x) = 2ax + b$

I: $f(0) = 0$ $\quad a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow c = 0$
II: $f(10) = 0$ $\quad a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 0 \rightarrow 100a + 10b = 0$
III: $f'(5) = 0$ $\quad 2 \cdot a \cdot 5 + b = 0 \rightarrow 10a + b = 0$
IV: $f(5) = 3$ $\quad a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 3 \rightarrow 25a + 5b = 3$

Dalle equazioni III e IV si arriva al seguente sistema di equazioni:

III: $10a + b = 0$ ∨· (-5)
IV: $25a + 5b = 3$
III: $-50a - 5b = 0$
IV: $25a + 5b = 3$

$-25a = 3$ ∨: (-25) $\rightarrow a = \frac{-3}{25}$

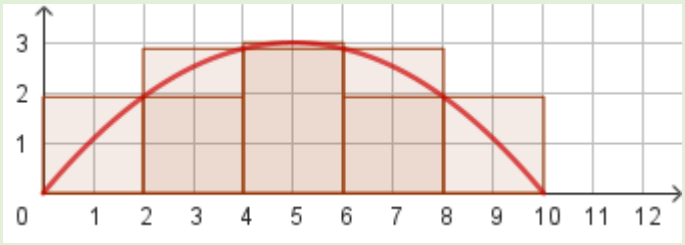
$10a + b = 0$ ∨ $-b$ $\rightarrow b = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$
$10a = -b$

The polynomial function is given by $f(x) = \frac{-3}{25}x^2 + \frac{6}{5}x$

Compito 2:

Disegna di nuovo la funzione polinomiale che descriva l'aiuola nel dato sistema di coordinate.

Stima l'area effettiva dell'aiuola usando somme superiori ed inferiori (con 5 intervalli uguali).



Per stimare l'area con l'aiuto di somme superiori ed inferiori, sono richiesti alcuni valori di funzione, valori che sono dati nella tabella seguente (arrotondati).

x	0	2	4	5	6	8	10
$f(x)$	0	1.92	2.88	3	2.88	1.92	0

Somma inferiore: $L_5 = 2 \cdot [f(0) + f(2) + f(4) + f(8) + f(10)]$

$L_5 \approx 13.44$

Somma superiore: $U_5 = 2 \cdot [f(2) + f(4) + f(5) + f(6) + f(8)]$

$U_5 \approx 25.2$

Si arriva a: $13.44m^2 < \text{actual area} < 25.2m^2$

Compito 3:

Determina l'area effettiva totale dell'aiuola in giardino.

$$A = \int_0^{10} f(x)\,dx = \int_0^{10} \left(\frac{-3}{25}x^2 + \frac{6}{5}x\right) dx = \left(\frac{-3x^3}{25 \cdot 3} + \frac{6x^2}{5 \cdot 2}\right)\Big|_0^{10}$$

$$\left(\frac{-3 \cdot 10^3}{25 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 10^2}{5 \cdot 2}\right) - \left(\frac{-3 \cdot 0^3}{25 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 0^2}{5 \cdot 2}\right) = (-40 + 60) = 20$$

L'area effettiva totale dell'aiuola è 20m².

Compito addizionale

★ **Compito 4**:

Per ottenere il miglior uso possibile dell'area del giardino, il cliente si chiede quanto la zona dovrebbe avere la larghezza x per massimizzare l'area totale delle aiuole in giardino. Detemina la migliore larghezza e descrivi come hai fatto in modo comprensibile.